SAPIENZA - UNIVERSITÀ DI ROMA

ANNALI DEL DIPARTIMENTO DI METODI E MODELLI PER L'ECONOMIA, IL TERRITORIO E LA FINANZA

2016

Perspectives on Behavioural Sciences

ISBN: 978-88-555-3361-4 ISSN: 2385-0825

PÀTRON EDITORE
Bologna 2016

PÀTRON Editore - Via Badini, 12
Quarto Inferiore, 40057 Granarolo dell'Emilia (BO)
Tel. 051.767003
Fax 051.768252
E-mail: info@patroneditore.com
http//www.patroneditore.com
Il catalogo generale è visibile nel sito web. Sono possibili ricerche per autore, titolo, materia e collana. Per ogni volume è presente il sommario, per le novità la copertina dell'opera e una breve descrizione del contenuto.

Stampa: Rabbi s.r.l., Bologna per conto di Pàtron editore, dicembre 2016.

Bruno Arrigoni*
Lorenzo Peccati**

DIRITTO E MATEMATICA?

Riassunto: Diritto e Matematica sono spesso considerati due mondi disgiunti. Esistono invece interessanti campi in cui Diritto e Matematica si intrecciano e nel lavoro se ne mostrano diversi esempi. Si fa in particolare riferimento alla probabilità e si mostra come essa entri sempre di più nel mondo giuridico e quanto ne siano delicati il significato e l'uso. Si fanno esemplificazioni in tema d'illecito civile, di diritto penale e di strategia processuale. Si mostrano anche rilevanti temi giuridici in cui si fa uso, talora azzardato, di strumenti del calcolo finanziario: divieto di anatocismo, tutela del consumatore nel credito al consumo, normativa anti-usura.

Parole chiave: diritto, matematica, probabilità, calcolo finanziario.

1. Introduzione

Il titolo pone implicitamente una domanda cui si può rispondere, a pelle, qualcosa come: "Embe', che cosa sono? Due esami che ho dovuto superare per laurearmi in Economia". O anche peggio: "Due mondi disgiunti, con nulla in comune e che proprio non si capiscono: i giuristi non ritengono interessante la Matematica (spesso giustificandosi pretestuosamente perché, generalmente, hanno fatto il "Classico"); i matematici non considerano scientificamente interessanti i problemi giuridici e uno di loro, a suo tempo, ha persino inventato la parola irridente 'giuridìcoli' per qualificarli".

---

* Scuola Forense dell'Ordine degli Avvocati, Monza, Italia.
** Università Bocconi, Milano, Italia.

La realtà delle professioni legali costituisce per queste affermazioni ciò che i matematici chiamano un controesempio:

Tizio: – *Io affermo che la Matematica non ha nulla a che vedere col Diritto*–;
Caio: – *Ti sbagli perché ci sono più d'una legge e parecchie sentenze che impiegano la parola "probabilità"*[1]–;
Tizio: – *Scusa, non ci avevo pensato, ma hai ragione.*

Sono due i modi per affrontare il problema dei rapporti tra Diritto e Matematica, e sono entrambi legittimi:

– il Diritto e la Matematica sono, in fondo in fondo, sistemi formali e quindi, dall'alto, possiamo confrontarli, studiarli,...;
– il Diritto e la Matematica si scontrano (ormai frequentemente) sul terreno delle professioni legali.

Che cosa si può trarre da quest'esperienza?

L'uso di strumenti matematici in ambito giuridico sta crescendo e a vari livelli: in giurisprudenza, nel sistema normativo, in dottrina, nell'esercizio razionale delle professioni legali, magistratura compresa.

Desideriamo attrarre l'attenzione delle numerose persone operanti in questi campi con alcune riflessioni che giudichiamo d'interesse e meritevoli di diffusione.

Abbiamo deciso di partire da situazioni praticamente rilevanti perché riteniamo che, per incidere e contribuire nei campi considerati, lo strumento più efficace sia mostrare *in concreto* che il problema è importante.

---

[1] Usando una delle più diffuse Banche Dati per giuristi sul mercato, la ricerca della parola "probabilità" (al 31.12.2013) ha restituito: **449** corrispondenze per la Legislazione Italiana, **413** provvedimenti dell'Unione Europea (fra il 26.06.1964 ed il 31.12.2013), e **314** risultati nelle Leggi Regionali (fra il 28.08.1982 ed il 31.12.2013). Con il medesimo test, questi i risultati della giurisprudenza: le *Sentenze della Cassazione civile* (massimate a partire dal 1986) restituiscono **435** corrispondenze (2010/2013); **864** (2000/2009); **612** (1990 /1999); **249** (1986/1989); le *Sentenze della Cassazione penale,* a partire dal 1995, ne segnalano **567** (2010/2013), **861** (2000/2009) e **354** (1995 /1999); la partizione *Sentenze Amministrative* (T.A.R. e Consiglio di Stato dal 1998, Corte dei Conti dal 2001) offre **516** riscontri (2010/2013); **880** (2000/2009); **47** (1998/1999); le *Sentenze della Corte Costituzionale*, **14** (2010/2013); **32** (2000/2009); **53** (1990/1999); **30** (1980/1989); **24** (1970/1979); **10** (1960/1969); la partizione *Sentenze Europee* (Corte di Giustizia e Tribunale di I grado CE a partire dal 1989), **113** (2010/2013); **189** (2000/2009); **86** (1990 /1999); **1** (1989); le *Sentenze di Merito* (pronunce di merito a partire dal 2001), **686** (2010/2013); **963** (2001/2009).

Vogliamo stimolare la riflessione essenzialmente sulla Probabilità, come strumento per la gestione razionale dell'incertezza e sul Calcolo finanziario, necessario per la costruzione, l'analisi e il controllo di contratti finanziari sempre più diffusi.

Destinatari naturali di questo nostro contributo sono: Magistrati, Avvocati, Commercialisti, Responsabili di (ri-)progettazione di programmi didattici (corsi di laurea, master) o di aggiornamento professionale, Matematici, statistici o probabilisti applicati, interessati a nuovi campi d'applicazione.

2. Probabilità

La parola "probabilità" non è estranea al vocabolario giuridico; alla Nota n. 1 ne abbiamo dato un conto sommario. Pare tuttavia che, nell'intento di costruire un approccio sistemico al nesso causale (sia in ambito civile, sia in penale), i giuristi abbiano adottato una nozione di "probabilità" non sempre chiaramente consistente con la nozione comune in matematica e nelle altre scienze. Ecco una breve lista d'esempi della peculiarità giuridica nell'uso della probabilità in Diritto Civile, che non sempre trova riscontro nell'ordinaria teoria della probabilità:

- *probabilità prevalente* (Cassazione civile, sez. III, 05/05/2009, n. 10285, Soc. Aerolinee Itavia c. Min. difesa e altro, Resp. civ. e prev. 2010, 2, 461);
- *elevata probabilità* (Cassazione civile, sez. III, 11/06/2009, n. 13530 - Z. c. P., in Giust. civ. Mass. 2009, 6, 904);
- *altamente probabile e verosimile - serio e ragionevole criterio di probabilità scientifica* (Cassazione civile, sez. III, 30/10/2009, n. 23059, Canzanella c. De Paola ed altro, in Giust. civ. Mass. 2009, 10, 1522);
- *adeguata probabilità* (Cassazione civile, sez. lav., 26/03/2010, n. 7352, Liverani ed altro c. Inps ed altro, in Giust. civ. Mass. 2010, 3, 446);
- *probabilità qualificata* (Cassazione civile, sez. lav., 05/08/2010, n. 18270, Nalin c. Inail ed altro, in Giust. civ. Mass. 2010, 9, 1186);
- *notevole grado di probabilità* (Cassazione civile, sez. lav., 10/02/2011, n. 3227, Inail c. N.S., Giust. civ. Mass. 2011, 2, 213);

- *rilevante grado di probabilità* (Cassazione civile, sez. lav., 11/10/2012, n. 17349);
- per concludere coll'ossimoro "*certezza probabilistica, desumibile dal preponderante criterio dell'evidenza logica*" (Cassazione civile, sez. III, 11/02/2014, n. 3010, R.B. c. Duomo assicur. - Diritto e Giustizia online 2014), che dalla bocca d'un matematico non uscirebbe proprio mai.

Pensiamo che l'uso della "probabilità" fatto come testé accennato nell'esercizio delle professioni legali non sia sempre condivisibile, e ne forniremo di seguito alcuni esempi, preceduti da brevi cenni "generali" sul tema.

2.1. Che cosa è la probabilità e come funziona

Abbiamo tutti un'idea intuitiva di probabilità, spesso storpiata in "possibilità", nel linguaggio ordinario[2]. Ma quest'idea innata è illusoria. Basta riflettere su questo esempio:

> Tizio lancia una moneta 10 volte e ottiene 10 teste di fila. Ci si chiede quale sia l'esito più probabile al lancio successivo (l'undicesimo).

La risposta che le persone più frequentemente danno è: "50%, perché l'esito del prossimo lancio è indipendente dall'esito dei precedenti". V'è però (non poca) gente che giuoca sui ritardi del Lotto. Tutti costoro risponderebbero "Dopo 10 teste è più probabile che esca croce" magari aggiungendo "per la legge dei grandi numeri", che non conoscono. Un partito di cui gli AA. sono fieri tesserati risponderebbe "Meno del 50%: quella moneta è quasi certamente taroccata (o almeno non bilanciata[3])".

Una domanda, tre risposte in contraddizione: 50%, >50%, <50%, ciascuna con un fondo di verità: forse la probabilità che ci sentiamo innata non serve a molto.

La situazione è complicata dal fatto che esistono numerose teorie della probabilità, che si sono successivamente affermate nei secoli. Sono quattro. Tre di esse, dette *complete*, suggeriscono come dare le probabilità e come fare i calcoli su esse. La quarta è

[2] Anche il "numero" è ordinariamente ambiguo. Sono ritenute equivalenti locuzioni del tipo: "Qual è la probabilità che…?", "Quante probabilità ci sono che…", di cui solo la prima ha cittadinanza. Si sono anche sentite locuzioni più *osé*: "Qual è la possibilità che…?", "Quante possibilità ci sono che…".

[3] Tale era, per esempio, la vecchia moneta da 50 lire.

detta *incompleta* perché non dice come assegnare le probabilità, ma si limita a consacrare le regole dell'aritmetica probabilistica (che sono sostanzialmente le stesse nelle tre teorie complete).

Due delle tre teorie complete sono inoltre viziate dalla sovrapposizione di due oggetti distinti: che cosa è la probabilità, come essa può essere calcolata materialmente.

La tabella seguente fornisce un quadro essenziale, spiegato nel seguito.

Tab. 1 - Teorie probabilistiche.

Teoria	**Natura**	**Contesto in cui nasce**
Classica	Completa	Giuochi di sorte
Frequentista	Completa	Scienze naturali, Assicurazioni
Soggettivista	Completa	Economia
Assiomatica	Incompleta	Matematica

Fonte: Autori.

Le tre teorie complete nascono dall'esigenza di usare la probabilità per studiare classi di problemi sempre più ampie.

Vediamo la sostanza di ciascuna di queste.

2.1.1. Teoria classica

La teoria classica nasce da problemi che i giocatori professionisti cominciarono a porre a matematici nella seconda metà del XVI secolo.

La sua codificazione è usualmente attribuita a P.S. de Laplace. Le situazioni considerate prevedono la conoscenza d'una lista di *casi possibili*, giudicati in posizione simmetrica: facce d'un dado, d'una moneta, carte d'un mazzo. Un certo evento si verifica se si verificherà uno dei casi in una sottolista di *casi favorevoli*. La probabilità dell'evento sarebbe il rapporto tra numero di casi favorevoli e numero di casi possibili.

2.1.2. Teoria frequentista

La teoria frequentista nasce dalla necessità di gestire i risultati di esperimenti scientifici, condotti in condizioni giudicate uguali e dai problemi posti dai contratti d'assicurazione sulla vita, che un po' più tardi cominciano ad affermarsi.

La sua codificazione è usualmente attribuita a R. von Mises. Si considera una successione di ripetizioni d'un esperimento, in condizioni giudicate le medesime. In ogni prova l'esperimento può avere successo o meno. Il rapporto tra il numero di successi e il numero di prove effettuate si dice *frequenza relativa* di successo. I frequentisti ritengono che all'indefinito aumentare del numero di prove la frequenza relativa di successo si stabilizzi attorno alla probabilità di successo. Per scopi pratici una probabilità andrebbe assegnata approssimativamente, prendendo la frequenza relativa su un numero elevato di prove.

2.1.3. Teoria soggettivista

La teoria soggettivista nasce dalla necessità (tipica nelle scienze sociali) di non poter contare sulle simmetrie classiche e le ripetibilità frequentiste.

La probabilità è il mero riassunto per fini operativi dello stato d'informazione d'un soggetto. Esistono metodi decisamente semplici per indurre un soggetto a precisare la probabilità d'eventi d'interesse. Non esiste la probabilità, ma ciascuno dà la propria, sulla base di ciò che sa. I suggerimenti classico e frequentista non sono rigettati, ma accolti, quando le condizioni di contesto lo rendano ragionevole. È evidente, quindi che l'approccio meglio fondato è questo. Essa è usualmente ascritta a B. de Finetti e F.P. Ramsey, che indipendentemente la proposero negli anni Venti del secolo scorso.

2.1.4. Teoria assiomatica

Le regole di calcolo sulle probabilità sono le stesse nelle tre concezioni complete sopra viste. A.N. Kolmogorov le codificò con quattro assiomi, da cui si può far scaturire tutto l'edificio del trattamento razionale dell'incertezza:

1. la probabilità non può essere negativa;
2. la probabilità dell'evento certo è 1;
3. dati due eventi incompatibili, la probabilità che uno di essi si verifichi è la somma delle loro probabilità;

4. la probabilità di un evento, valutata sapendo che un certo altro evento si è verificato, è il rapporto tra la probabilità che entrambi gli eventi si verifichino e la probabilità del secondo. Tale probabilità si dice "condizionata rispetto al secondo evento". Useremo occasionalmente, per questa probabilità, il simbolo *P(primo evento | secondo evento)*. Se chiamassimo *A*,*B* i due eventi, il simbolo s'alleggerirebbe in *P(A | B)*. *B* si dice *evento condizionante*, mentre *A* si dice *evento condizionato*.

Alcune prime conseguenze di questi assiomi sono molto interessanti per il diritto. Il paragrafo seguente contiene un piccolo campionario.

Prima, è opportuno segnalare una conseguenza cruciale degli assiomi, in particolare del quarto, nota come *teorema di Bayes*. Il seguente esempio può servire a contestualizzarlo.

Un'Università lancia un nuovo corso d'eccellenza. Ritiene che solo il 10% degli interessati sia adatto. Ragionando alla maniera classica, la probabilità di pescare un adatto sarebbe P(*A*) = 0.1. Per scegliere chi ammettere somministra un test ben funzionante. La probabilità che un adatto lo passi è 90% = 0.9, mentre la probabilità che un inadatto lo passi è solo 10% = 0.1. Indichiamo con *I* l'evento "il candidato è inadatto", con *a* l'evento "il candidato passa il test", con *i* l'evento "il candidato non passa il test". Le due probabilità che caratterizzano il buon test sarebbero dunque: P(*a* | *A*) = 0.9 e P(*a* | *I*) = 0.1. e ci dicono che il test funziona "al 90%". Il quesito è: "Supponiamo che un candidato abbia passato il test, quindi che si sia verificato l'evento a. Qual è la probabilità P(*A* | *a*) che sia adatto?".

La lunga esperienza didattica sul tema di uno dei due AA. fornisce questa statistica:

– "La probabilità cercata è 90%" è la risposta largamente più frequente;
– "La probabilità cercata è 81%" è la risposta largamente più frequente che forniscono gli ingegneri.

La probabilità "giusta", nel senso di coerente con le informazioni a disposizione, è invece solo 50%[4].

Ciò segue appunto dal Teorema di Bayes in cui, in generale, si dispone dell'informazione *B* e interessa valutare sia la probabilità che un certo evento *A* si verifichi, sia che non si verifichi (non *A*), alla luce dell'informazione *B*.

Le probabilità condizionate indicate, che debbono sommare

[4] La risposta non è poi così strana. Su 10 adatti il *test* ne promuove 9. Su 90 inadatti ne promuove… altri 9. Tutto chiaro.

a 1[5], sono, rispettivamente proporzionali a quantità calcolabili: $P(A|B)$ è proporzionale a $P(A)P(B|A)$; $P(\text{non } A|B)$ è proporzionale a $P(\text{non } A)P(B|\text{non } A)$.

Segue che:

- $P(A|B) = P(A)P(B|A) / (P(A)P(B|A) + P(\text{non } A)P(B|\text{non } A))$;
- $P(\text{non } A|B) = P(\text{non } A)P(B|\text{non } A)/(P(A)P(B|A) + P(\text{non } A) P(B|\text{non } A))$.

La probabilità d'un evento A, indicata sopra con $P(A)$ è detta *probabilità iniziale* o *a priori*, mentre la probabilità dello stesso evento in uno stato d'informazione cambiato dal fatto che B s'assuma verificato, si dice *probabilità finale* o *a posteriori*.

Vediamo il marchingegno all'opera sull'esempio del *test* d'ammissione. In tale contesto $P(A) = 0.1$ e $P(a|A) = 0.9$. Si ha anche $P(I) = 0.9$, con $P(a|I) = 0.1$. Le due probabilità $P(A|a)$ e $P(I|a)$ sono proporzionali allo stesso numero: $0.1 \times 0.9 = 0.9 \times 0.1$ e, quindi, sono uguali. Dovendo sommare a 1, non possono che essere ciascuna 50%.

2.2. Probabilità e Diritto

2.2.1. La probabilità d'un evento e del suo contrario

A partire dalla ormai celeberrima sentenza "Franzese"[6], la Corte di Cassazione ha definitivamente chiarito che la ricerca del nesso di causalità obbedisce a regole diverse a seconda che si tratti di un giudizio civile oppure di un giudizio penale; colà vige infatti il criterio del "*più probabile che non*", costì il criterio della "*certezza probabilistica*".

Non è questa la sede per addentrarci in valutazioni circa la congruità dell'uso di gradi di probabilità differenti nell'un campo e nell'altro; ci preme però evidenziare come, specialmente nella giurisprudenza civile della Suprema Corte, l'ostinazione nel rifuggire l'uso della "probabilità" secondo criteri di natura scientifica abbia prodotto risultati quanto meno bizzarri.

Confinando la probabilità alla sola visione frequentista (o, al più, alla classica), i giuristi non si sono avveduti che la teoria

---

[5] È il vecchio *tertium non datur* in versione un po' esotica.

[6] Cassazione penale, sez. un. 10/07/2002 n. 30328 (data dep. 11 settembre 2002).

soggettiva avrebbe invece fatto "quadrare" perfettamente il loro ragionamento, senza introdurre concetti spuri, e senza suscitare, in talune occasioni, l'ilarità dei matematici[7].

La necessità di *reductio ad certitudinem* che governa qualsiasi processo non è infatti disattesa dal fatto che, in civile, si consideri il "*più probabile che non*" alla stregua di un >50%, come avviene per i matematici; la chiave di volta sta semmai nell'evitare il generoso equivoco di confondere in un corpo solo la dimensione cognitiva che s'acquisisce nel processo attraverso le prove (DC) con gli effetti decisionali (ED) che ne derivano, anziché tenerli distinti e separati.

Ad esser *certa* non è mai (né mai può essere) la probabilità, che in quanto tale esprime per definizione un accidente eventuale, il quale può capitare come non; ad esser *certa* è sempre e solo la decisione (accoglimento/rigetto); e la decisione diviene tale (accoglie/rigetta) quando tutte le prove raccolte in giudizio, valutate nella mente del Giudice sulla scorta di criteri probabilistici (a dirlo è la stessa Suprema Corte: "*più probabile che non*"), lo inducono a ritenere che una condotta "X" è la spiegazione "*più probabile*" dell'evento.

Sono dunque de Finetti e Ramsey a risolvere il *busillis*, senza contraddire il principio dell'art. 116 c.p.c., e senza necessità di addentrarsi nella selva seminata da Bacone (che altro non può fare, se non accrescere il senso d'incertezza, e quindi il timore dei cittadini d'esser di fronte a una giustizia schizofrenica): il grado di fiducia del Giudice (*i.e.* il convincimento che egli si sarà fatto valutando le prove, DC) sarà l'ago della bilancia in grado di spostare il risultato da una parte o dall'altra, comportando diverse conseguenze su ED.

Si tratta d'un approccio scientifico, niente affatto irrazionale e/o

[7] V. Cassazione civile, sez. III, 21/07/2011, n. 15991 (Osp. S. Giovanni di Dio Fatebenefratelli c. C.T. e altro, in Giust. civ. Mass. 2011, 7-8, 1098): "*Esemplificando, se, in tema di danni da trasfusione di sangue infetto, le possibili concause appaiono plurime e quantificabili in misura di dieci, ciascuna con un'incidenza probabilistica pari al 3%, mentre la trasfusione attinge al grado di probabilità pari al 40%, non per questo la domanda risarcitoria sarà per ciò solo rigettata*". In verità, se abbiamo 10 eventi con $P(E) = 3\%$, e un evento $\grave{E}$ con $P(\grave{E}) = 40\%$, il totale fa 70%. La $P(\grave{E}) = 40\%$, pertanto, è > del 50%, con buona pace della Corte, che per far funzionare l'esempio avrebbe dovuto scrivere di 20 eventi con $P(E) = 3\%$. L'insieme delle cause possibili (11 in totale) costituisce infatti lo spazio Ω dei risultati possibili, ed è per definizione = 1 (ossia 100%).

arbitrario (il termine “soggettivo” non deve trarre in inganno, come ben sanno i matematici); e in questo approccio, “*più probabile che non*” è e rimane un concetto di maggioranza assoluta ($>50\%$).

2.2.2. Il principio del cardinale Newman

Ora siamo in penale, in un processo indiziario. A carico dell'imputato ci sono, mettiamo, 2 indizi indipendenti. Le relazioni peritali c'informano sul *valore probante* di ciascuno di essi. Usando il linguaggio dell'incertezza, si tratta di 2 valutazioni di probabilità condizionata (la probabilità di colpevolezza, dato l'indizio). Le 2 probabilità condizionate (= valori probanti) riescono 40% per il primo e 80% per il secondo. Il magistrato deve valutare quanto contino questi due indizi, ossia quale sia il valore probante della coppia.

La prima idea sarebbe: “sommiamo!”, $40\%+80\% = 120\%$, che manifestamente non va, perché una probabilità non può passare 100%. La risposta è riposta e scaturisce da questo calcolo: $1-(1-40\%)(1-80\%) = 88\%$. Nella cultura giuridica è diffusa l'idea che l'aggregazione dei valori probanti d'un insieme d'indizi sia un affare d'altro genere, ma, purtroppo, la logica dell'incertezza, per quanto non famigliare, è molto ferrea (almeno quanto la logica della certezza, di cui è naturale estensione).

2.2.3. La scelta d'una strategia processuale

Lavorando su questi temi, i due AA. si sono imbattuti in un problema che può sembrare del tutto diverso dal precedente, ma che, grazie alla matematica, rivela essere affatto equivalente.

Siamo in un processo civile. Un avvocato può presentare un po' d'eccezioni indipendenti, sia processuali che di merito (incompetenza per territorio o per materia, nullità della procura; prescrizione o decadenza, e così via); supponiamo, per continuità d'esempio, che nel caso concreto le eccezioni proponibili siano due, e che le loro probabilità di successo siano 40% e 80%, come sopra. Qual è la probabilità di successo della coppia? La risposta è ancora il solito 88%[8].

---

[8] Già giunge l'obiezione dei giuristi, pei quali sarà impossibile stabilire la probabilità al 40% anziché all'80% delle eccezioni; il tema, complesso, non può confinarsi a queste poche righe, ma anche qui soccorrono de Finetti e Ramsey. Gli

2.2.4. Valore marginale d'un indizio/d'un'eccezione

Raccontiamo la storia dapprima sugl'indizi, per poi passare alla reinterpretazione. In presenza di numerosi indizi, tutti con lo stesso valore probante, ci si può chiedere come, all'aumentare del loro numero, vari la probabilità di successo.

Anzitutto è facile vedere che più indizi ci sono, più alta è la probabilità di colpevolezza. È molto meno evidente che il contributo d'un indizio in più diminuisce al crescere del numero. Un altro modo per dire che i primi sono decisivi. In termini d'eccezioni la storia è la stessa: più eccezioni comportano maggior probabilità di successo, ma dopo le prime si va su sempre più lentamente.

In Economia cose del genere sono affatto naturali e sono il cuore della teoria marginalista, meno altrove.

2.2.5. Uso giudiziale del teorema di Bayes

Esiste una curiosa tesi (Brylmaier, 2003; Donnelly, 2008; Kayne, 1988, 1999; Tribe 1970-1971, 2004) che esclude dall'uso in giudizio non solo il teorema di Bayes, ma addirittura la probabilità. Non merita grande attenzione, perché è un atteggiamento simile a chi dovesse proporre d'obbligare nell'atletica leggera i centometristi a legarsi le gambe…

Una delle obiezioni più pretestuose che è fatta all'uso del teorema di Bayes riguarda l'impossibilità d'assegnare le probabilità iniziali, in assenza d'informazioni. Basta riflettere un secondo e ci si convince del contrario. Supponiamo che l'alternativa sia "colpevole" o "innocente". Dire che non si sa nulla equivale a dire che non si ha alcun motivo per ritenere la prima possibilità più o meno probabile della seconda. Tale stato d'informazione conduce immediatamente a dare la stessa probabilità (50%) alle due ipotesi.

Vi sono ordinamenti giuridici (come il tedesco) ove è addirittura precisata la misura dell'uso delle probabilità finali; nel caso del riconoscimento di paternità, l'Alta Corte ha stabilito come valore necessario per il raggiungimento della prova positiva il limite (risultato del test del DNA) del 99,73% (Canestrari, 2011, p. 492).

---

esempi nei quali, di fronte a realtà solo apparentemente non misurabili (come i giuristi reputano sia il Diritto), ciascuno di noi si cimenta in calcoli ed offre stime di probabilità sono migliaia: dalla scelta della cassa al supermercato, alla vittoria di una o l'altra squadra in una finale di Champions League.

2.2.6. Uso giudiziale della probabilità e dei *test* statistici

In ambiti, come l'economico, nei quali la probabilità è prepotentemente entrata da tempo, è accettato che comportamenti decisori razionali richiedano che, insieme con la probabilità, si debba usare una valutazione delle conseguenze dei tipi d'errore che si possono commettere.

Se l'alternativa è la solita, "colpevole" o "innocente", vanno considerati i due tipi d'errore "assolvo un colpevole", "condanno un innocente". Anche se in questo settore la cosa può apparire non così naturale come in altri, la considerazione dei costi dell'errore è ineludibile.

Nata in ambito diverso (Scienze della Natura) è molto popolare una tecnica statistica, convenzionalmente indicata come "teoria classica dei *test* statistici", che presenta aspetti giudicati positivamente dagli sprovveduti: non richiede la scelta di probabilità iniziali e nemmeno la considerazione dei costi degli errori. Non è questa la sede per illustrare come questa tecnica funzioni e perché sia logicamente deficitaria. È però importante segnalare una conseguenza dell'uso della stessa, di grande rilievo sul piano giuridico.

La presentazione *standard* della tecnica non è difficile: si dispone d'un campione estratto da una popolazione, per esempio la registrazione di una telefonata di un rapitore alla famiglia per la richiesta di un riscatto e, analizzando statisticamente i fonemi contenuti nelle frasi del rapitore, ci si chiede di scegliere tra due ipotesi in alternativa, il "parlatore" della telefonata è o non è una certa persona sospettata. Le due ipotesi sono usualmente etichettate, una come *ipotesi nulla*, l'altra come *ipotesi (in) alternativa*.

Non v'è alcuna ragione che costringa ad associare in un dato modo le etichette alle due ipotesi "stesso parlatore" o "parlatori diversi". Si potrebbe però facilmente vedere che, quando le informazioni campionarie sono contenute (e questo è il caso comune in numerosi ambiti) queste tecniche statistiche sono significativamente distorte a favore dell'ipotesi scelta come "ipotesi nulla".

Si possono costruire esempi molto semplici e ormai classici ove si vede che, sulla base degli stessi dati campionari, se si rovescia l'etichettatura non si rovescia il responso del *test*: l'ipotesi nulla vince sempre il *match*. Le conseguenze sul piano giudiziale sono evidenti: se si mette come ipotesi nulla "stesso parlatore", con elevata probabilità il *test* conforterà quest'ipotesi, mentre sosterrà l'altra, se scambiamo le etichette.

3. Calcolo finanziario

La parte dell'Economia nota come Finanza lavora su coppie formate da una somma di danaro e una data, per esempio (1000€, 31/12/2015). Il significato concreto di questa coppia potrebbe essere "ho diritto a incassare 1000€ nell'ultimo giorno dell'anno 2015". Una somma di danaro senza data non è trattabile in Finanza. La stessa somma di danaro con scadenze differenti rappresenta per la Finanza merci differenti. È evidente perché: 1000 € tra un anno, dieci anni o cento anni sono oggetti ben differenti.

La Finanza s'occupa di scambi tra queste merci (somme di danaro con scadenze differenti). Prenderemo in considerazione due aspetti del nostro ordinamento giuridico, per mostrare la sostanziale incongruenza tra norma giuridica e situazione normata.

3.1. Divieto di anatocismo

Recita l'art. 1283 c.c.: Anatocismo. *In mancanza di usi contrari, gli interessi scaduti possono produrre interessi solo dal giorno della domanda giudiziale o per effetto di convenzione posteriore alla loro scadenza, e sempre che si tratti di interessi dovuti almeno per sei mesi.* Le conseguenze di questa norma, alla luce del calcolo finanziario, sono considerevoli.

3.1.1. Diritto e Finanza

Una prima conseguenza è la collocazione dei pagamenti a titolo d'interesse fuori dal mondo della Finanza: il ritardo in un pagamento a titolo d'interesse è un esempio concreto di oggetto che la Finanza non può trattare perché per esso non vale la struttura di base (€, tempo).

3.1.2. Interessi composti

Una seconda conseguenza s'è spesso concretizzata in numerose situazioni nel bando del regime finanziario degli interessi composti[9]. Da un punto di vista concettuale, questo è un punto cruciale perché il regime degli interessi composti è l'unico che garantisce coerenza del sistema intertemporale di prezzi.

Pensiamo a pane, latte e zucchero. Consideriamo i ragionevoli rapporti di scambio tra date fisse quantità di queste tre merci. Supponiamo che il rapporto di scambio tra pane e latte sia 2, cioè: 2 unità di pane si scambiano con una unità di latte. Supponiamo anche che il rapporto di scambio tra latte e zucchero sia 3, cioè: 3 unità di latte si scambiano con 1 unità di zucchero. Non occorre essere specialisti per capire che il rapporto di scambio tra pane e zucchero è "nascosto" dentro i primi due rapporti di scambio e non può che essere $2 \times 3 = 6$.

Sostituiamo pane, latte e zucchero con tre merci finanziarie: € subito, € tra un po', € tra un altro po'. In Finanza si studiano i rapporti di scambio tra somme di danaro con scadenze diverse. Si può dimostrare che il solo tipo di rapporti di scambio internamente coerente (cioè, per cui valga la proprietà analoga al 2×3 appena visto) è generato dalla capitalizzazione composta. La capitalizzazione composta è la sola che consente la costruzione di piani d'ammortamento coerenti.

3.1.3. Interessi composti e piani d'ammortamento

Tizio prende a prestito 1000€, che restituirà in due anni. Dopo un anno restituirà 500€, dopo un altr'anno gli altri 500€. Alla fine di ciascun anno pagherà gl'interessi semplici al 10% sul debito di quell'anno. Alla fine del primo anno pagherà quindi $500 + 1000 \times 10\% \times 1 = 600$. Alla fine del secondo $500 + 500 \times 10\% \times 1 = 550$. Se vogliamo che, in base al 10%, i due pagamenti (600 € e 550 €) siano equivalenti al finanziamento iniziale ricevuto, essi debbono essere scontati con sconto composto.

Segue che *l'uso della capitalizzazione composta non è sinonimo d'anatocismo.*

---

[9] La Storia sul punto è inequivoca: gl'interessi nascono semplici e l'ostetrica è la certezza della scadenza contrattuale. Al di là della teoria, quando le banche cominciano massicciamente a finanziare le guerre (seconda metà del secolo XVI), la certezza della scadenza svanisce, onde la clausola cautelativa della composizione. È poi un regalo di natura il fatto che solo con la composizione degl'interessi si giunga a un sistema intertemporale di prezzi internamente coerente: requisito niente affatto male.

3.1.4. Anatocismo e interessi di mora nel *leasing*

Nella terra di nessuno del *leasing* (perché contratto atipico) s'annidano altre rilevanti conseguenze del divieto d'anatocismo.

Tizio è il locatario e s'impegna a pagare canoni a varie scadenze. Se ritarda, il locatore gli carica, a termini contrattuali, interessi semplici di mora sul canone ritardato. Il tasso d'interesse per gli stessi è fissato contrattualmente e non è oltre soglia. Ci aspettiamo che nessun lettore veda in tutto ciò qualcosa di strano: il ritardo nel pagamento d'un canone genera "normali" interessi di mora. Supponiamo che il canone di 100€, che Tizio ritarda a pagare per un anno, generi interessi di mora al 5%. Il computo di tali interessi è banale: $100 \times 5\% \times 1 = 5$.

Abbiamo fin qui ragionato sul contratto di *leasing* in analogia col contratto di locazione. In italiano *leasing* si traduce con "locazione finanziaria" e l'aggettivo "finanziaria" evoca molto chiaramente un'altra figura contrattuale: il mutuo.

Se guardiamo al contratto di Tizio con gli occhiali del mutuo, possiamo scomporre ciascun canone in capitale e interessi con l'uso di tecniche *standard* di calcolo finanziario e scopriamo che per la grande generalità dei contratti, molto marcatamente nella fase iniziale, la componente di capitale è modestissima, mentre la componente d'interessi è largamente prevalente: per esempio, sul solito canone di 100, dovuto da Tizio, il capitale è 10 e gl'interessi 90.

Se Tizio paga interessi di mora per 5€ (v. sopra) e se sono vietati interessi sugl'interessi, allora i 5€ sono sul solo capitale. A che tasso d'interesse una somma di 10€ produce interessi d'ammontare 5€ in un anno? La risposta è ovvia e sconvolgente: 50%! Il tasso d'interesse del 5%, da micio, s'è trasformato in tigre...

3.2. TAEG/TEG

Negli anni Novanta del secolo scorso, il nostro ordinamento giuridico s'è arricchito d'importanti provvedimenti in tema di tutela del consumatore nel credito al consumo e di riconoscimento automatico della fattispecie usuraria.

Con la legge 142/92 (che ha recepito, con ritardo, la Direttiva 87/102/CEE in materia di credito al consumo) è stato introdotto sub art. 19 il concetto di TAEG (Tasso Annuo Effettivo Globale); con la legge 108/96, invece, è stato introdotto (v. art. 2) il TEG (Tasso Effettivo Globale), su base annuale, segnalato trimestralmente *ex post* dagli intermediari finanziari alla Banca d'Italia, per la determinazione delle soglie d'usura. Inizialmente distinti, per il differente ruolo dell'imposizione fiscale nel calcolo, TAEG e TEG si sono successivamente resi indistinguibili.

Si tratta di ottimi esempi di legislazione non supportata in maniera adeguata sul piano tecnico. Illustriamo nel seguito due punti:
- i *parametri di legge* sono fortemente *instabili* al variare della dimensione dei contratti e della loro durata, ferme restando le condizioni contrattuali;
- nel caso del TEG (normativa antiusura), il metodo di fissazione della *soglia* d'usura *non* è *neutrale* rispetto a variazioni nei tassi d'interesse di mercato[10].

3.2.1. Loro instabilità strutturale

La differenza tra tasso contrattuale e parametro di legge è legata alla presenza in contratto di oneri accessori a carico del soggetto finanziato. Tali oneri sono tipicamente costruiti in quattro modi, generalmente compresenti:
1. il finanziato paga un ammontare fisso, indipendente dalla scala contrattuale, a titolo di rimborso spese per l'istruzione della pratica di affidamento;
2. il finanziato paga un ammontare proporzionale alla scala del finanziamento quale compenso per il rischio d'insolvenza che il finanziatore si accolla;
3. il finanziato paga, con ogni rata/canone un ammontare fisso per spese di gestione del contratto (per esempio, per ricevere tempestivamente un avviso di scadenza di rata/canone);
4. il finanziato rimborsa al finanziatore spese d'incasso, generalmente proporzionali all'ammontare della rata/canone.

La presenza delle componenti fisse (1 e 3 nell'elenco) ha un effetto devastante sul costo, misurato a termini di legge, per finanziamenti piccoli o a breve.

[10] Evento, purtroppo, non trascurabile, per la sua alta probabilità (ci risiamo di nuovo con questa nozione disturbante di probabilità!). Il rilievo del problema è, oggi, sotto gli occhi di tutti, alla luce della mostruosa caduta dei tassi d'interesse nell'ultimo decennio.

Consideriamo questa lista di condizioni contrattuali, che teniamo invariate:

- durata del finanziamento: 24 mesi;
- tasso contrattuale (annuo effettivo): 15%;
- rimborso di spese per l'istruzione della pratica: 300€;
- commissione per l'invio d'avvisi di pagamento mensili: 2€;
- rimborso di spese per l'incasso delle rate: 2%.

La tabella seguente illustra come quelle condizioni contrattuali generano tassi di costo patentemente divergenti al solo variare della scala del finanziamento.

Tab. 2 - TAEG al variare della scala del finanziamento.

Scala del finanziamento	**Rata pura (pre-accessori)**	**TAEG**
10000	480.40€	22.16%
5000	240.20€	26.735%
2500	120.10€	37.054%

Fonte: Autori.

Uno sguardo alla seconda colonna è illusoriamente consolatorio: la rata è proporzionale al finanziamento, mentre un altro sguardo alla terza colonna ci dice che la costosità del finanziamento, giuridicamente misurata, è volatilissima al variare della scala. Il fatto che nella normativa anti-usura vi siano due soglie differenziate per scala contrattuale è solo un modesto correttivo.

3.2.2. Regole proporzionali per le soglie: loro difetti

È affatto ragionevole che meccanismi di controllo (per esempio, nella normativa anti-usura) delle condizioni contrattuali in ambito finanziario siano basati su:

– osservazione del mercato in un certo periodo (per es., un trimestre);
– deduzione da tali osservazioni d'una "soglia" per il futuro (per esempio, per il prossimo trimestre).

I meccanismi introdotti nel nostro Paese secondo questo schema sono visibilmente deficitari dal punto di vista tecnico, meglio, dal punto di vista matematico. Il Legislatore non si è accorto o non ha voluto vedere che le regole introdotte mal s'adattavano alla realtà che si voleva normare.

Uno dei due AA. è un matematico ed è ben conscio dei danni che, nell'educazione matematica del Paese, sono stati provocati dalla proporzionalità (usualmente presentata) attraverso le proporzioni. Anche solo l'inizio della giaculatoria "*a* sta a *b* come…" dovrebbe risonare nella memoria del lettore. Dietro tutto il tempo e lo spazio che sono stati dedicati a queste pratiche, ci sta la scelta d'una regola, la proporzionale, che ne esce come naturale anche in contesti dove non lo è. Ci spieghiamo con un esempio terra-terra e parliamo a tu per tu col lettore:

Noi: – *Hai fame e t'offriamo un piatto di spaghetti al pomodoro! Sei contento?*
Lettore: – *Grazie, sì sono molto contento!*
Noi: – *Ottimo; ora te n'offriamo un altro! Sei contento?*
Lettore: – *Beh! Sì, grazie ancora*
Noi: – *Sei più contento?*
Lettore: – *Beh! Sì. Siete proprio fantastici.*
Noi: – *Ma col secondo piatto sei contento il doppio?*
Lettore: – *Beh! No.*
Noi: – *Vieni qua, t'offriamo un terzo piatto di spaghetti!*
Lettore: – *Grazie! Sono commosso, ma s'è fatto un po' tardi…*

La soddisfazione dell'affamato non è proporzionale al volume di cibo che gli viene dato. Così va il mondo in moltissimi altri ambiti, per esempio nella normativa anti-usura.

Le regole che il nostro Legislatore ha prescelto hanno una struttura aritmetica semplice. Prendiamo un trimestre: in esso il tasso medio praticato per contratti finanziari d'un certo tipo è 10%. La legge stabilisce un coefficiente (in prima battuta 1.5, in seconda[11] 1.3) da applicare al tasso medio rilevato per individuare la soglia d'usura. Con le norme più recenti va così: 10% × 1.3 = 13%. Contratti praticati a tassi "ultra-soglia", che sta per maggiori del 13%, sono automaticamente a usura. La differenza (tasso soglia − tasso medio osservato = 13% − 10% = 3%) può esser detta *soglia differenziale d'usura*, per motivi piuttosto evidenti. È altrettanto ovvio che essa non è altro che il 30% del tasso medio rilevato (il 30% di 10% è, infatti, 3%).

[11] Nella normativa in vigore è stato introdotto un correttivo, invero un po' patetico, perché agisce solo in presenza di tassi abnormi, cioè, quasi mai.

La regola adottata dal legislatore soffre di due difetti strutturali:

– ha severità invertita rispetto a quanto il buonsenso e (se servisse) la teoria della Finanza suggerirebbero;
– non è neutrale rispetto a spostamenti dei tassi d'interesse nei mercati finanziari, conducendo, proprio per ciò, ad alcuni fenomeni inquietanti.

Per quanto attiene la "severità della soglia differenziale", pensiamo a due settori del credito: mutui fondiari e prestiti personali.

I rischi dei secondi sono generalmente ritenuti più elevati dei primi, e perciò il mercato risponde a queste due situazioni praticando tassi d'interesse diversi. Per esempio:

- mutui fondiari: tasso medio praticato 4%;
- prestiti personali: tasso medio praticato 15%.

Nel primo settore ci aspettiamo difficilmente situazioni d'usura, nel secondo, ovviamente, molte di più, e ci aspetteremmo severità nelle soglie di legge più strette nel secondo, piuttosto che nel primo.

Facciamo i conti necessari e scopriamo che, con la regola di legge, le seguenti soglie differenziali d'usura sono:

- mutui fondiari: $30\% \times 4\% = 1.2\%$;
- prestiti personali: tasso medio praticato $30\% \times 15\% = 4.5\%$.

La paradossale conseguenza di questa scelta è che l'offerta d'un contratto a un tasso che supera di 2% il tasso medio nei mutui fondiari fa scattare la fattispecie usuraria, nei prestiti personali non fa scattare automaticamente alcunché. Chissà se tale era l'intento del Legislatore?

Per quanto riguarda la "neutralità", il tasso medio osservato è 10%, la soglia differenziale è 3%. Offriamo un contratto di finanziamento (ad alto rischio) al 12.90%, comunque, indicizzato. Stiamo entro la soglia, senza problemi. Come osservato negli anni più recenti, il combinato disposto di vari provvedimenti fa scendere i tassi d'interesse dell'1%. Il tasso medio praticato, che era 10%, scende a 9%. La soglia d'usura scende a 11.7%, il tasso del nostro contratto scende a 11.90% (riduzione dell'1%) e "miracolosamente" è a usura. Ciò accade semplicemente, per la solita regola proporzionale. Se i tassi s'abbassano d'un punto percentuale, la soglia differenziale scende di più: precisamente dell'1.3%, proprio per la regola proporzionale.

Un'idea di fascino potrebbe essere: "È ineluttabile, ogni formula matematica in questo ambito ha difetti insuperabili". Gli AA. pensano esattamente il contrario. Se il Legislatore avesse adottato una regola del tipo: soglia d'usura = tasso medio + (mettiamo) 2%, nessuno dei precedenti problemi si sarebbe manifestato.

Forse, quando si normano attività finanziarie, alcune competenze matematiche elementari possono evitare situazioni sgradevoli.

4. Conclusioni

Timidamente avanziamo qualche conclusione che ci pare naturale, alla luce di quanto sopra:

– Diritto e Matematica offrono possibili collaborazioni d'interesse scientifico, didattico e professionale;
– ci pare che l'ostacolo maggiore sia rappresentato dall'atteggiamento dei cultori delle differenti discipline che qui convergono;
– ci pare che molti giuristi, nell'ipotesi migliore, godano d'una cultura matematica di base ancorata a stereotipi scolastici, della quale ritengono di non aver alcun bisogno; in alternativa, nell'ipotesi peggiore, non hanno alcuna cultura matematica;
– ci pare anche che parecchi matematici ìspregino problemi che nascono in ambito giuridico e che non valga la pena che le loro risorse intellettuali e culturali vi si debbano impegnare. Tra i matematici forse troppi si sentono pretori e si trincerano dietro il noto brocardo: *de minimis non curat praetor*;
– tutto ciò non basta per escludere possibilità di dialogo, anche perché è veramente debole l'idea che il Diritto non sarebbe mai misurabile, e che per il Diritto certi strumenti siano preclusi. Questo è un grave errore di prospettiva, che preclude ai giuristi l'utilizzo di strumenti nuovi e incisivi.

Un pensiero per concludere: occorre un atteggiamento più aperto e comprensivo d'ambo le parti, i giuristi meno legati al *particulare* tradizionale, i matematici meno intellettualmente arroganti e diffidenti.

Riferimenti bibliografici

BRYLMAIER (2003), *L'inferenza probabilistica nel diritto delle prove - Usi e limiti del bayesianesimo*" (con introduzione di A. Mura), Giuffré.

CANESTRARI S. (a cura di) (2011), *Il governo del corpo*, vol. 1-2, Giuffré.

D'AMICO M., PECCATI L. (2014), *Metodi matematici, statistici e finanziari per giuristi*, EGEA, Milano.

De FINETTI B. (1970), *Teoria della probabilità*, Einaudi, Torino.

DONNELLY P. (2008), Appealing Statistics, in KADANE J.B. (Ed.), *Statistics in the Law*, Oxford University Press, Oxford.

FERRARA M., GAGLIOTI A.R. (2012), *Law & Mathematics: il diritto nel prisma di un modello matematico*, Rubbettino editore, Soveria Mannelli.

FINKELSTEIN M.O. (1978), *Quantitative Methods in Law*, The Free Press, New York.

LAPLACE P.S. (1814), *Théorie analytique des probabilités*, Ve. Courcier, Paris.

Von MISES R. (1931), *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendungen in der Statistik und der theoretischen Physik*, Leipzig und Wien.

KAYE D.H. (1988), Do We Need a Calculus of Weight to Understand Proof Beyond a Reasonable Doubt?, in TILLERS, GREEN (a cura di), *Probability and Inference in the Law of Evidence*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

KAYE D.H. (1999), Clarifying the Burden of Persuasion: What Bayesian Decision Rules Do and Do not Do, *International Journal of Evidence and Proof* **3**, 1, pp. 1-28.

TRIBE L.H.(1970-1971), Trial by Mathematics: Precision and Ritual in the Legal Process, *Harvard Law Review* **84**, 6, pp. 1330-1393.

TRIBE L.H. (2004), Processo e matematica: precisione e rituale nel procedimento giudiziario, in STELLA F. (a cura di), *I saperi del giudice. La causalità e il ragionevole dubbio*, Milano, pp. 233 ss.gg.

Summary: Law and Mathematics are often thought of as disjoint worlds. The paper argues and shows that there are important connections between them, both in civil and criminal Law. The specific mathematical fields taken into consideration are probability and financial calculus. Since the authors think it is important to show a concrete way of working, several examples are produced. They concern both the judicial use of mathematical tools and the production process of rules.