

UN MODELLO NUMERICO BIDIMENSIONALE PARABOLICO PER LA DETERMINAZIONE DELLE AREE DI ESONDAZIONE

A TWO-DIMENSIONAL PARABOLIC MODEL FOR FLOOD ASSESSMENT

PIETRO PRESTININZI(*) & ALDO FIORI(*)

(*) Università degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Scienze dell'Ingegneria Civile - Via Volterra, 62 - 00146 Roma, Italia

RIASSUNTO

Si presenta un modello numerico bidimensionale per la simulazione delle inondazioni che fa uso della approssimazione parabolica delle equazioni di equilibrio. Lo schema numerico semi-implicito è basato sul bilancio di massa tra celle la cui quota geodetica viene desunta direttamente dall'analisi del supporto topografico descritto da DEM a maglie regolari. Le condizioni al contorno sono descritte da imposte relazioni portata-altezza. La propagazione può avvenire sia su aree inizialmente asciutte che bagnate. Viene proposto il confronto con i risultati di un modello fisico e l'applicazione ad un caso reale di una inondazione in area urbana.

TERMINI CHIAVE: *inondazione, simulazione bidimensionale, equazioni delle acque basse, DEM, storage cells*

INTRODUZIONE

La modellazione numerica di fenomeni di inondazione su larga scala rappresenta uno strumento ormai indispensabile per la previsione e la determinazione del rischio idrogeologico. Essa permette di formulare giudizi su possibili interventi di pianificazione territoriale o di carattere più strettamente ingegneristico, direttamente derivanti da un'analisi fisico-matematica dell'evento.

L'analisi delle esondazioni in area valliva è caratterizzata dalla difficoltà di individuazione dei percorsi delle acque, e impone quindi l'utilizzo di modelli numerici bidimensionali. L'entità di tale classe di fenomeni è d'altra parte influenzata principalmente dalla morfologia del terreno e dai volumi d'acqua in gioco. Qualora la dinamica di propagazione di tali volumi sia caratterizzata da componenti cinetiche trascurabili, un modello concettuale che trascuri le spinte inerziali riesce a cogliere in maniera soddisfacente l'evoluzione del fenomeno. In letteratura (CAPPELAERE, 1997; LEOPARDI *et alii*, 2002) è dimostrato come, qualora si trascurino i termini inerziali ma si sia interessati a determinare l'area complessivamente interessata dall'esondazione, si possano anche includere casi nei quali una parte limitata del dominio spazio-temporale del sistema sia caratterizzata da una propagazione di tipo inerziale.

Queste considerazioni, unite alla necessità di disporre di un modello numericamente robusto e semplice da utilizzare, sono alla

ABSTRACT

A two-dimensional numerical model for simulating water flood is presented. The model formulation employs a parabolic approximation for the shallow-water equations. The flow equations are solved by means of a numerical semi-implicit method based on mass balance applied to cells whose elevation is derived directly from topographic data survey described by DEM. Boundary conditions are described as prescribed level-discharge relations. A comparison with a physical imposed model and a real application of an urban area flood are described.

KEY WORDS: *flood, bidimensional simulation, shallow water equations, DEM, storage cells*

INTRODUCTION

Numerical modeling of large scale floods has nowadays become an essential tool for determining and forecasting hydrogeological hazard. It allows to evaluate judgments on possible planning decisions or engineering interventions, assisted by but at the same time autonomous from scientist's individual experience, because directly deriving from a mathematical and physical analysis of the phenomenon.

In the analysis of floods over wide valleys it is very difficult to establish a priori water paths, and thus the use of bidimensional numerical models emerges naturally, in contrast to the common practice which makes extensive use of one-dimensional flow models. Water flood is mainly influenced by ground morphology and by the water releases. A conceptual model which neglects the inertial features of the current is able to satisfactorily simulate the event evolution in cases where the kinetic component does not influence much water propagation.

When the principal goal is the determination of the overall area covered by the inundation event, previous works (e.g., CAPPELAERE, 1997; LEOPARDI *et alii*, 2002) have demonstrated that it is possible and convenient to neglect inertial terms, even if in limited areas flow is dominated by inertial forces. These considerations, together with the need of a numerically robust and easily accessible models, lead to

base delle ipotesi costituenti il modello concettuale, che si riflettono direttamente nella formulazione del modello matematico.

Molti metodi numerici per la risoluzione delle equazioni delle acque basse sono stati sviluppati e applicati, generando spesso modelli molto simili nella loro struttura. Ricordiamo il metodo delle caratteristiche (KATAPODES & STRELKOFF, 1978), le differenze finite (FENNEMA & CHAUDHRY, 1990; GLAISTER, 1991), gli elementi finiti (BERGER & STOCKSTILL, 1995) e i volumi finiti (ALCRUDO & GARCIA-NAVARRO, 1993; ZHAO *et alii*, 1994; TORO, 1992). Nella presente memoria viene proposto un approccio innovativo alla modellazione bidimensionale, che consiste nella risoluzione delle equazioni delle acque basse in forma diffusiva, utilizzando uno schema numerico tipo "storage cells" nel quale però la griglia di calcolo coincide esattamente con il supporto topografico originale descritto da DEM a spaziatatura costante.

Scopo del modello è quello di essere di ausilio nella determinazione, anche in tempo reale, della massima area toccata dall'inondazione. In considerazione dell'influenza dei volumi d'acqua sull'estensione finale dell'inondazione, nel corso dello sviluppo del codice si è imposta la necessità di garantire scrupolosamente il rispetto della continuità globale, anche in presenza di fronti multipli di transizione asciutto bagnato.

L'esperienza maturata nel corso degli studi su larga scala dei fenomeni di inondazione dimostra come l'accuratezza della risposta del modello dipenda strettamente dalla precisione della descrizione della morfologia del territorio. Basti pensare a come la rappresentazione approssimativa di un rilevato stradale o di qualsiasi altro ostacolo posto in vicinanza della sorgente dei volumi d'acqua possa influenzare in modo significativo la dinamica dell'intero evento. La precisione nella descrizione del territorio risulta peraltro sempre più difficile da assicurare sull'intero dominio spaziale, all'aumentare del grado di automazione della generazione della griglia di calcolo. Nel tentativo di eliminare almeno parzialmente tali incongruenze la procedura è stata completamente eliminata, facendo quindi riferimento diretto ai dati topografici rilevati.

La memoria è organizzata secondo le seguenti sezioni. È inizialmente introdotta la formulazione matematica del problema, seguita dalla descrizione dell'algoritmo numerico di calcolo. Le sezioni successive riguardano una validazione mediante confronto con dati sperimentali, ed un primo esempio applicativo. Un capitolo di considerazioni conclusive chiude infine la memoria.

IL MODELLO MATEMATICO

Il set di equazioni differenziali costituenti il modello matematico è dedotto dalle equazioni di Navier-Stokes tramite l'adozione delle seguenti ipotesi: (i) moto assolutamente turbolento, (ii) linearità della corrente, cui consegue la distribuzione idrostatica della pressione lungo la verticale, (iii) componente verticale della velocità trascurabile rispetto a quelle orizzontali (LIGGETT, 1994).

Se a tali ipotesi si aggiunge l'approssimazione parabolica, il siste-

the basic assumptions of the present formulation.

Many numerical methods to solve shallow water equations have been developed and then applied, often resulting in similarly structured models. We can mention the method of characteristics (CAPPELAERE, 1997; LEOPARDI *et alii*, 2002), finite difference (FENNEMA & CHAUDHRY, 1990; GLAISTER, 1991), finite elements (BERGER & STOCKSTILL, 1995) and finite volumes (ALCRUDO & GARCIA-NAVARRO, 1993; ZHAO *et alii*, 1994; TORO, 1992). In this memory an innovative approach to bidimensional modeling is proposed, which consists in the resolution of diffusive flow equations by means of a storage cells numerical scheme. The principal aim of the model is to determine the temporal progression of the area covered by the flood event, and in particular its maximal extension. Peculiar features of the model are the exact correspondence between the numerical spatial grid and the original topographic DTM, expressed in form of equally spaced DEM data, and the exact match of the water flow continuity, no matter what the flow/terrain configuration is. Considering the fundamental influence of the total amount of water over the final extension of the inundation, the main target in developing the code has been the observance of global continuity, even when multiple wet-and-dry transitions occur.

Moreover, experience in large scale flood simulation suggests that the response of the model strictly depends on the precision used in describing the ground surface. Suffice it thinking about the effect of how a roughly described road relief or any other kind of obstacle placed in front of the source of the flood (e.g. a breach), can influence the overall simulation. The difficulty to obtain an accurate ground description over the entire spatial domain increases with the degree of automation of mesh generation. In the effort to achieve a correct ground representation the procedure of mesh generation is entirely skipped, relying directly on topographic survey data.

This work is organized into the following sections. The mathematical model is described first, followed by the numerical algorithm description. Then, a validation by means of comparison with experimental data is presented, followed by an application example. Some final considerations are drawn in the concluding session.

MATHEMATICAL MODEL

The PDE system which constitutes the mathematical model is derived from Navier-Stokes equations through the following hypotheses: (i) absolute turbulent flow, (ii) linear flow, which implies hydrostatic distribution, (iii) vertical component of velocity negligible compared to the horizontal ones (LIGGETT, 1994). If those hypotheses are joined with the parabolic approximation, the system of equations can be written as follows:

ma di equazioni può essere scritto:

$$\frac{\partial(h+z)}{\partial x} = -\frac{u\sqrt{u^2+v^2}}{C^2h} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial(h+z)}{\partial y} = -\frac{v\sqrt{u^2+v^2}}{C^2h} \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = 0 \quad (1.3)$$

dove h è il tirante idrico, z la quota geodetica, x e y le coordinate planimetriche, u e v sono le componenti della velocità mediate sulla verticale nel prefissato sistema di coordinate.

Le equazioni (1.1) e (1.2) rappresentano il bilancio di quantità di moto nelle due direzioni coordinate secondo la approssimazione parabolica, in base alla quale sono stati trascurati sia i termini inerziali locali $(\partial u/\partial t + v \cdot \partial v/\partial t)$ che quelli convettivi $(u \cdot \partial u/\partial x + v \cdot \partial u/\partial y + u \cdot \partial v/\partial x + v \cdot \partial v/\partial y)$. Denotando con J_x e J_y le cadenti della superficie libera nelle direzioni coordinate, cioè

$$J_x = -\frac{\partial(h+z)}{\partial x} \quad (1.4)$$

$$J_y = -\frac{\partial(h+z)}{\partial y} \quad (1.5)$$

Il sistema formato dalle equazioni (1.4) e (1.5) può essere riscritto:

$$J_x = \frac{u\sqrt{u^2+v^2}}{C^2h} \quad (1.6)$$

$$J_y = \frac{v\sqrt{u^2+v^2}}{C^2h} \quad (1.7)$$

che risolto in funzione delle componenti della velocità, restituisce:

$$u = \frac{c \cdot J_x \cdot h^{2/3}}{(J_x^2 + J_y^2)^{1/4}} \quad (1.8)$$

$$v = \frac{c \cdot J_y \cdot h^{2/3}}{(J_x^2 + J_y^2)^{1/4}} \quad (1.9)$$

nelle quali si è sostituita al coefficiente di Chezy C l'espressione di Gauckler-Strickler $C = c h^{1/6}$.

Il modello matematico così ottenuto è completato da condizioni iniziali, espresse in termini di tiranti idraulici, ed al contorno. Queste ultime possono risultare dall'imposizione di altezze piezometriche,

$$\frac{\partial(h+z)}{\partial x} = -\frac{u\sqrt{u^2+v^2}}{C^2h} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial(h+z)}{\partial y} = -\frac{v\sqrt{u^2+v^2}}{C^2h} \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = 0 \quad (1.3)$$

where h is the water depth, z the ground elevation, x and y the horizontal coordinates, u and v the component of depth-integrated velocity in the previous coordinate system.

Equations (1.1) e (1.2) represent momentum equation balance along the two planar coordinates, and contain the parabolic approximation, which allows to neglect both local inertial terms $(\partial u/\partial t + v \cdot \partial v/\partial t)$ and convective ones $(u \cdot \partial u/\partial x + v \cdot \partial u/\partial y + u \cdot \partial v/\partial x + v \cdot \partial v/\partial y)$. Let J_x and J_y symbolize head gradient along the two horizontal directions, that is:

$$J_x = -\frac{\partial(h+z)}{\partial x} \quad (1.4)$$

$$J_y = -\frac{\partial(h+z)}{\partial y} \quad (1.5)$$

System (1.4) and (1.5) can be rewritten as:

$$J_x = \frac{u\sqrt{u^2+v^2}}{C^2h} \quad (1.6)$$

$$J_y = \frac{v\sqrt{u^2+v^2}}{C^2h} \quad (1.7)$$

Solving the above for velocity components, it yields:

$$u = \frac{c \cdot J_x \cdot h^{2/3}}{(J_x^2 + J_y^2)^{1/4}} \quad (1.8)$$

$$v = \frac{c \cdot J_y \cdot h^{2/3}}{(J_x^2 + J_y^2)^{1/4}} \quad (1.9)$$

in which Chezy coefficient C has been substituted with Gauckler-Strickler expression $C = c h^{1/6}$.

The mathematical model is supplemented with initial conditions, expressed as hydraulic depth, and boundary conditions. The latter can contain prescribed water depth, flow or a flow-water depth function.

flusso, o da opportune relazioni portata-tirante.

L'unico parametro presente nel modello avente significato prettamente idraulico è costituito dal coefficiente di scabrezza distribuito di Gauckler-Strickler; ciò consente di semplificare notevolmente la procedura di taratura, nonché di ridurre le possibili fonti di errore derivanti dalla taratura di parametri, talvolta presenti nei modelli completi, il cui significato fisico, e conseguentemente il valore numerico, non è sempre di facile deduzione.

IL MODELLO NUMERICO

La discretizzazione spaziale adottata riflette l'impostazione numerica propria del modello ROUTWEIR (LAURA & WANG, 1984), e successivamente ripresa e sviluppata da altri autori (vedi ad esempio REITANO, 1992; REITANO *et alii*, 1998). Gli approcci citati utilizzano una base topografica descritta da un reticolo irregolare e non strutturato di maglie triangolari (TIN, Triangulated Irregular Network).

Il dominio spaziale nel modello oggetto di questa memoria, risulta invece suddiviso in celle rettangolari equispaziate in numero pari a quello dei punti del DEM, e il cui livello di riempimento coincide con l'altezza idrica locale. La quota geodetica del fondo di ciascuna cella, assunto orizzontale, è posta pari a quella del punto corrispondente nel DEM. Vengono così evitati problemi di calcolo del riempimento parziale delle celle, a vantaggio della snellezza computazionale.

Il risolutore numerico è incentrato sulla soluzione dell'equazione di continuità discreta per ogni cella (1.10), ricavando i flussi con le celle adiacenti dalle equazioni di bilancio della quantità di moto (Tabella 1), al contrario di quanto accade per il modello ROUTWEIR

The only parameter of the model having a purely hydraulic meaning is the distributed roughness Gauckler-Strickler coefficient; this allows for a speeding up of the calibration process, as well as reducing possible sources of errors deriving, as sometimes happens in dynamic models, from analyzing those parameter whose physical meaning, and consequently numerical value, is not always straightforward.

NUMERICAL MODEL

Most of the spatial discretization methods adopted in the past are similar to the numerical setup of the ROUTWEIR model (LAURA & WANG, 1984), lately developed by other authors (e.g. REITANO, 1992; REITANO *et alii*, 1998). The approaches make use of topographic data made of an irregular and not structured triangular mesh (TIN, Triangulated Irregular Network). Conversely, the spatial domain of the model described in this work is divided into rectangular, equally spaced cells, whose number is equal to the number of DEM's cells. The bottom of each cell, which is assumed horizontal, is placed at the same height of the corresponding DEM cell.

The numerical algorithm is mainly built around the solution of discrete continuity equation (1.10) for each cell of the domain

$$h^{t+\Delta t} = h^t + \frac{\Delta t}{\Delta x \cdot \Delta y} \left(\tilde{Q}(t) + \sum_{k=1}^4 Q_k \right) \quad (1.10)$$

where $Q(t)$ is the external flow (if present), and Q_k the four fluxes

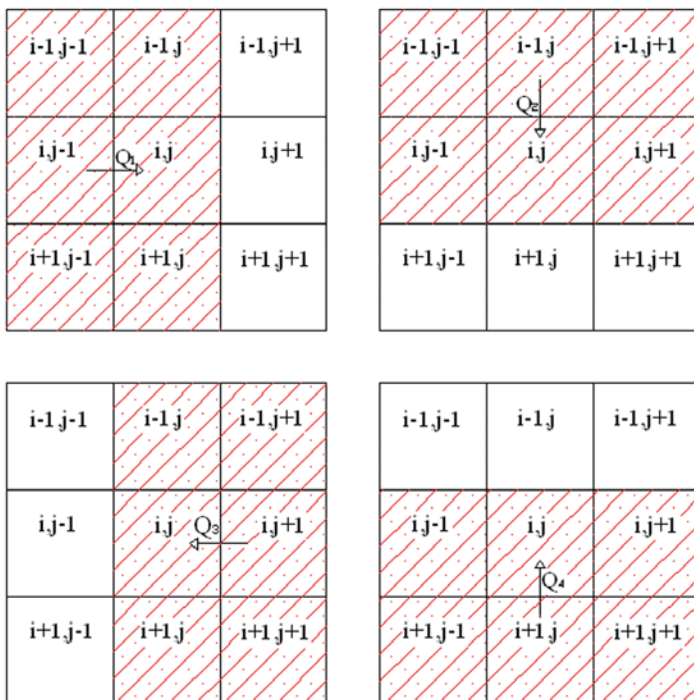


Fig. 1 - Regioni tributarie per il calcolo dei flussi intercella
 - Tributary zones for flux calculation

A TWO-DIMENSIONAL PARABOLIC MODEL FOR FLOOD ASSESSMENT

che concettualizza invece tale scambio di portata a mezzo di un'equazione degli stramazzi.

$$h^{t+\Delta t} = h^t + \frac{\Delta t}{\Delta x \cdot \Delta y} \left(\tilde{Q}(t) + \sum_{k=1}^4 Q_k \right) \quad (1.10)$$

dove $Q(t)$ è l'eventuale termine sorgente, e Q_k i flussi delle quattro celle adiacenti; Δx e Δy sono gli intervalli spaziali in base ai quali è discretizzato il dominio di calcolo, Δt l'intervallo temporale. Con riferimento alla Figura 1, che evidenzia le zone tributarie per il calcolo, i flussi Q_k sono ricavati dalle equazioni di bilancio della quantità di moto (1.8) e (1.9) applicate alla cella in esame e quelle adiacenti.

related to the adjacent cells; Δx and Δy are the intervals used for discretization of the spatial domain. The water flux within adjacent cells is evaluated by means of the momentum balance equations (Table 1), in variance with other models which make use of a conceptualized formula, as the weir one used in the ROUTWEIR model. With regard to Figure 1, fluxes Q_k are calculated by using momentum equations (1.8) and (1.9) applied to the generic cell and the adjacent ones.

FLUX NUMBER	ADJACENT CELL	FLUX
1	(i, j-1)	$Q_1 = \frac{c_m \cdot \left(\frac{h_{i,j-1} + h_{i,j}}{2}\right)^{2/3} \cdot J_{//}}{(J_{//}^2 + J_{\perp}^2)^{1/4}} \cdot \Delta x \cdot \left(\frac{h_{i,j-1} + h_{i,j}}{2}\right)$
2	(i-1, j)	$Q_2 = \frac{c_m \cdot \left(\frac{h_{i-1,j} + h_{i,j}}{2}\right)^{2/3} \cdot J_{//}}{(J_{//}^2 + J_{\perp}^2)^{1/4}} \cdot \Delta y \cdot \left(\frac{h_{i-1,j} + h_{i,j}}{2}\right)$
3	(i, j+1)	$Q_3 = \frac{c_m \cdot \left(\frac{h_{i,j+1} + h_{i,j}}{2}\right)^{2/3} \cdot J_{//}}{(J_{//}^2 + J_{\perp}^2)^{1/4}} \cdot \Delta x \cdot \left(\frac{h_{i,j+1} + h_{i,j}}{2}\right)$
4	(i+1, j)	$Q_4 = \frac{c_m \cdot \left(\frac{h_{i+1,j} + h_{i,j}}{2}\right)^{2/3} \cdot J_{//}}{(J_{//}^2 + J_{\perp}^2)^{1/4}} \cdot \Delta x \cdot \left(\frac{h_{i+1,j} + h_{i,j}}{2}\right)$

Tab. 1 - Schema di calcolo delle portate per ogni lato della cella
- Formulas used for calculating flux through each side of the cell

dove c_m rappresenta la media matematica tra i coefficienti di scabrezza delle due celle in considerazione. La bidimensionalità dell'impostazione comporta che la componente della velocità normale alla frontiera, assunta come unico fattore concorrente alla variazione del volume accumulato nella cella, dipenda sia dalla pendenza piezometrica parallela $J_{//}$ che perpendicolare J_{\perp} alla direzione del flusso stesso. Queste ultime grandezze vengono calcolate in funzione della somma $H = h + z$ tra i tiranti e le quote delle celle adiacenti, secondo lo schema in Tabella 2.

where c_m stands for the arithmetic average of the roughness coefficient of the two adjacent cells, and $J_{//}$ and J_{\perp} for head gradients parallel and perpendicular with respect to the line passing through the cells' centroids. The gradients are calculated as functions of $H = h + z$, sum of water depth and elevation of adjacent cells, according to the scheme reproduced in Table 2.

ADJACENT CELL	HEAD GRADIENT	
	PARALLEL	PERPENDICULAR
(i, j-1)	$J_{//} = \frac{H_{i,j-1} - H_{i,j}}{\Delta y}$	$J_{\perp} = \frac{1}{4} \frac{[H_{i-1,j-1} + H_{i,j-1} - H_{i+1,j-1} - H_{i+1,j}]}{\Delta x}$
(i-1, j)	$J_{//} = \frac{H_{i-1,j} - H_{i,j}}{\Delta y}$	$J_{\perp} = \frac{1}{4} \frac{[H_{i-1,j+1} + H_{i,j+1} - H_{i-1,j-1} - H_{i,j-1}]}{\Delta y}$
(i, j+1)	$J_{//} = \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j}}{\Delta x}$	$J_{\perp} = \frac{1}{4} \frac{[H_{i-1,j} + H_{i,j+1} - H_{i+1,j} - H_{i+1,j+1}]}{\Delta x}$
(i+1, j)	$J_{//} = \frac{H_{i+1,j} - H_{i,j}}{\Delta x}$	$J_{\perp} = \frac{1}{4} \frac{[H_{i+1,j+1} + H_{i,j+1} - H_{i+1,j-1} - H_{i,j-1}]}{\Delta y}$

Tab. 2 - Schema di calcolo delle cadenti piezometriche
- Formulas used for calculating flux through each side of the cell

La scelta di basare fisicamente tali flussi, consente di svincolare la discretizzazione spaziale dalle caratteristiche topografiche locali. Altri approcci concettuali (ZANOBETTI *et alii*, 1970; BALLOFFET & SCHEFFLER, 1982) invece impongono che il confine tra due celle coincida con una disconnessione fisica realmente esistente, come un rilevato stradale, ferroviario o struttura analoga.

La risoluzione delle equazioni mediante uno schema che fa uso di celle garantisce una agevole gestione della fase di transizione asciutto-bagnato, punto critico dei modelli che, ad esempio, integrano le equazioni avvalendosi del metodo delle caratteristiche (vedi ad es., TUCCIARELLI & TERMINI, 2000). Questi, infatti, necessitano di un tirante non nullo su tutto il dominio spaziale, per tutto l'intervallo di simulazione, imponendo quindi all'utilizzatore di generare un velo d'acqua fittizio anche nelle condizioni iniziali che potrebbe comportare problemi all'algoritmo di soluzione nel caso di complesse transizioni di fase asciutto/bagnato. Questo problema può avere rilevanza notevole nel caso frequente di inondazioni che comportano lo sviluppo di fronti multipli di propagazione e di ritiro della piena. Nello sviluppo del presente codice invece, è stata posta estrema cura nella gestione dei fronti di avanzamento e di ritiro grazie anche allo schema risolutivo adottato per la determinazione dei flussi. Questo è di tipo semi-implicito, strutturato cioè secondo un processo iterativo previsione-correzione atto a conservare la continuità globale anche in presenza di numerosi fronti di asciugamento. In pratica una distribuzione prevista dei tiranti al tempo $t+\Delta t$ viene mediata con la medesima distribuzione al tempo t (dalla quale viene ricavata); da questo valore medio viene ottenuto infine il definitivo assetto per il tempo $t+\Delta t$. Qualora il termine correttivo venga pesato maggiormente nella media con il termine di previsione, viene favorita la stabilità numerica. La capacità del modello di rispettare la continuità dei volumi deriva direttamente dall'impostazione dello schema di calcolo: infatti, se il calcolo del flusso di scambio tra le generiche celle A e B restituisce lo stesso valore in entrambe le equazioni di continuità, nel bilancio globale gli unici termini non nulli risultano essere gli scambi con l'esterno. Tale condizione viene a cadere nel caso di asciugamento di una cella: è in questa circostanza che l'algoritmo di asciugamento preserva la continuità. Il calcolo dei flussi verso e da celle asciugatesi deve essere però ripetuto affinché essi siano coerenti con l'annullamento dei tiranti in tali celle. Quest'ultimo calcolo viene quindi ripetuto fin quando non viene raggiunta una condizione di assestamento dei fronti.

In dettaglio, l'algoritmo risolutivo risulta strutturato su due iterazioni per ogni passo temporale:

- 1) una prima iterazione che segue uno schema esplicito, con il compito di stabilire lo stato di avanzamento dei fronti, e di effettuare una prima stima della distribuzione dei tiranti sull'intero dominio;
- 2) una seconda iterazione che effettua la definitiva determinazione dell'assetto della superficie idrica, in riferimento ai valori medi dei tiranti tra il passo temporale precedente (correzione) e di quelli stimati (previsione).

Entrambe le iterazioni implementano, come accennato sopra, una

Since the flux determination is physically based, the spatial discretization is not necessarily correlated with the local topographic features, as in other conceptual approaches (e.g. ZANOBETTI *et alii*, 1970; BALLOFFET & SCHEFFLER, 1982) which bind the boundary of one or more cells to match an existent physical disconnection, like a road, a rail embankment or similar structures.

The use of storage cells for solving the equations ensures an easy treatment of the wet-dry transition, which is usually a critical phase of the models which integrate the equations by means of characteristic or finite elements methods (see, e.g., TUCCIARELLI & TERMINI, 2000). These models typically require a non-zero water depth over the whole spatial domain, during the entire simulation time, forcing the user to artificially generate a small film of water in the initial conditions, which can induce computational problems in presence of multiple and complex wet-dry transitions. This problem may be relevant in the usual case of inundation over complex topography with multiple advancing and receding fronts. An extreme attention has been focused on treatment of the latter transitions, thanks to the numerical scheme adopted together with the calculation of fluxes.

The scheme is structured as semi-implicit, with an iterative prediction-correction method, where global continuity is preserved even when many wet-dry transitions occur. The predicted distribution of water depth at time step $t+\Delta t$ is averaged with the one at time t from which it has been guessed; the final distribution is then calculated using the mean calculated value. The latter calculation is iterated until observance of global continuity is obtained. This semi-implicit scheme helps the numerical stability when more weight is given to the correction term.

In detail, the solving algorithm is structured over two iterations in a single time step:

- 1) the first iteration, which represents a purely explicit scheme, determines the front advancement, and calculates the predicted distribution of water depth;
- 2) the second iteration determines the final water surface asset, based on the weighted average between the distribution of water depth of the previous time step (correction) and the one determined by the first iteration (prediction).

Both iterations contain an appropriate routine able to manage wet-dry transition. This routine determine which cell will have a negative water depth, according to mass balance equation (1.10), and distributes previously stored volumes into adjacent cells. This procedure assures global continuity respect, maintaining high computational efficiency.

The model capability to observe volume balance over the whole simulation derives directly from the calculation scheme adopted: in fact, the flux between two generic cells remains the same when calculating mass balance for the first or the second of the two cells. This condition, extended over the whole domain, ensures that all internal fluxes have an opposite counterpart, and the resulting global balance results only in the external exchanges. This condition fails

routine apposita di gestione delle transizioni asciutto-bagnato. Questi algoritmi determinano le celle per le quali il bilancio (1.10) dà luogo a valori negativi del tirante idrico, e ripartiscono i volumi presenti in tali celle a favore delle confinanti. Questa procedura assicura il rispetto sistematico della continuità dei volumi, garantendo anche un'efficace snellezza computazionale.

La scelta di uno schema semi-implicito incrementa da un lato la velocità di elaborazione comportando una semplificazione nei metodi risolutivi, dall'altro la penalizza imponendo vincoli diretti di stabilità numerica. Questi sono rappresentati, per uno schema puramente esplicito, dal rispetto del numero di Courant, $N_c = a\Delta t/\Delta x \leq 1$, dove Δx individua il minimo valore di discretizzazione spaziale, a la celerità di propagazione delle perturbazioni nello schema matematico ipotizzato e Δt l'intervallo di integrazione temporale.

In fase di analisi di sensibilità, il modello ha mostrato una sostanziale indipendenza della risposta dalla scelta del passo temporale, a patto che esso rientri nel campo di stabilità dello schema numerico esplicito, sopra descritto. Per valori vicini al limite di stabilità il modello riesce a conservare la continuità globale ma le oscillazioni della superficie libera non consentono di ottenere risultati plausibili.

E' da sottolineare la semplicità di utilizzo del modello derivante dalla discretizzazione spaziale adottata e dalle ipotesi proprie del modello concettuale. In primo luogo, l'utilizzo di cartografia a base DEM consente di snellire sensibilmente la fase di pre-processamento dei dati, che viene a coincidere con la sola immissione del numero di celle nelle due direzioni planari e dei due valori delle corrispondenti spaziatore. Inoltre la visualizzazione della superficie idrica in fase di analisi dei risultati viene notevolmente facilitata vista la forma matriciale dei valori dei tiranti e delle quote geodetiche. A ciò si aggiunge la già citata semplicità di taratura, conseguente alla presenza di un solo parametro con significato fisico.

Le condizioni al contorno imponibili sono rappresentate da funzioni tirante-portata, includenti casi di tirante indipendente dalla portata e viceversa. La loro imposizione, vista la natura parabolica del modello, non deve rispettare nessun vincolo sulla condizione di moto (corrente supercritica o subcritica), e risulta quindi estremamente semplificata. Le condizioni iniziali possono prevedere una distribuzione qualsiasi di tirante idrico, in particolare di livello nullo (condizione iniziale di terreno asciutto).

Al fine di illustrare le potenzialità del modello, con particolare riguardo alla capacità di simulare le transizioni asciutto/bagnato, nelle figure 2a-d sono illustrati 4 istanti di una simulazione eseguita in fase di sviluppo del codice. L'esempio riguarda una topografia semplice, costituita da un piano di dimensioni 90x90 m, inclinato con pendenza 1%, e discretizzato in 900 celle di dimensioni 3x3 m. Nel bordo inferiore del piano è stata imposta una condizione di tirante nullo. Tale piano è stato inondato con un volume d'acqua di 150 m³, distribuiti nel tempo secondo un idrogramma a scalino avente valore di 3 m³/s e nello spazio per un'area di 18 m² (due celle). E' evidente la capacità del modello di gestire in modo agevole i fronti di avanzamento e di asci-

whenever a cell gets empty: in this case the wet-dry routines preserve continuity.

During a sensitivity analysis phase, results have shown a high independency from the time integration step, on condition that it is included into the stability interval for an explicit numerical scheme, that can be described by means of Courant number condition, defined as $N_c = a\Delta t/\Delta x \leq 1$ where Δx represents the minimum spatial step, a wave propagation celerity.

Values of time step close to the instability border of this interval generate high oscillations in free surface distribution, but never cause loss in the global continuity balance.

The model lends itself to a relatively simple implementation, thanks to the spatial discretization adopted and to the conceptual model hypotheses. First of all, the direct use of DEM data makes the geometric pre-processing phase slender, consisting in specifying only the number of cells and spatial discretization steps in both planar directions. Data post-processing and visualization is simplified by the matricial output format, for both the water surface and the geodetic elevation. The simplicity is further improved by the relatively easiness of the calibration process, which depends on the roughness parameter only.

Boundary conditions consist of water-depth/discharge relations, including cases of independent water depth and vice-versa. After the parabolic assumption, the above relations do not have to satisfy any pre-determined dynamic state (supercritical or subcritical flows), resulting in a very simplified procedure. Initial conditions are given in terms of any water-depth distribution, including the case of zero water-depth (inundation over dry areas).

In order to illustrate the model capabilities, drawing special attention on the simulation of wet-dry transition, we represent in Figures 2a-d the results of a simulation carried out in the model development phase. The case simulates inundation over a simple topography, represented by a plane of size 90x90 m, with a constant 1% slope, discretized by 900 3x3m cells. On the lower boundary a zero water depth boundary condition has been applied, while the other sides area treated as impervious. The plane has been inundated by a total volume of water of 150 m³, released into the domain over an inlet area of 18 m² (two cells) during a time period of 50s. It is clear how the model is capable of handling advancing and receding fronts, the calculation of which did not pose any problem. The simulation required a CPU time of a few seconds on a last generation desktop PC, with an extremely low memory occupation.

gamento, il calcolo dei quali non ha comportato problemi di alcun tipo nel procedimento di risoluzione numerica. Si attesta inoltre un tempo di elaborazione di poche decine di secondi su un elaboratore dotato di CPU Pentium 4 di ultima generazione, nonché un'occupazione di memoria assai limitata.

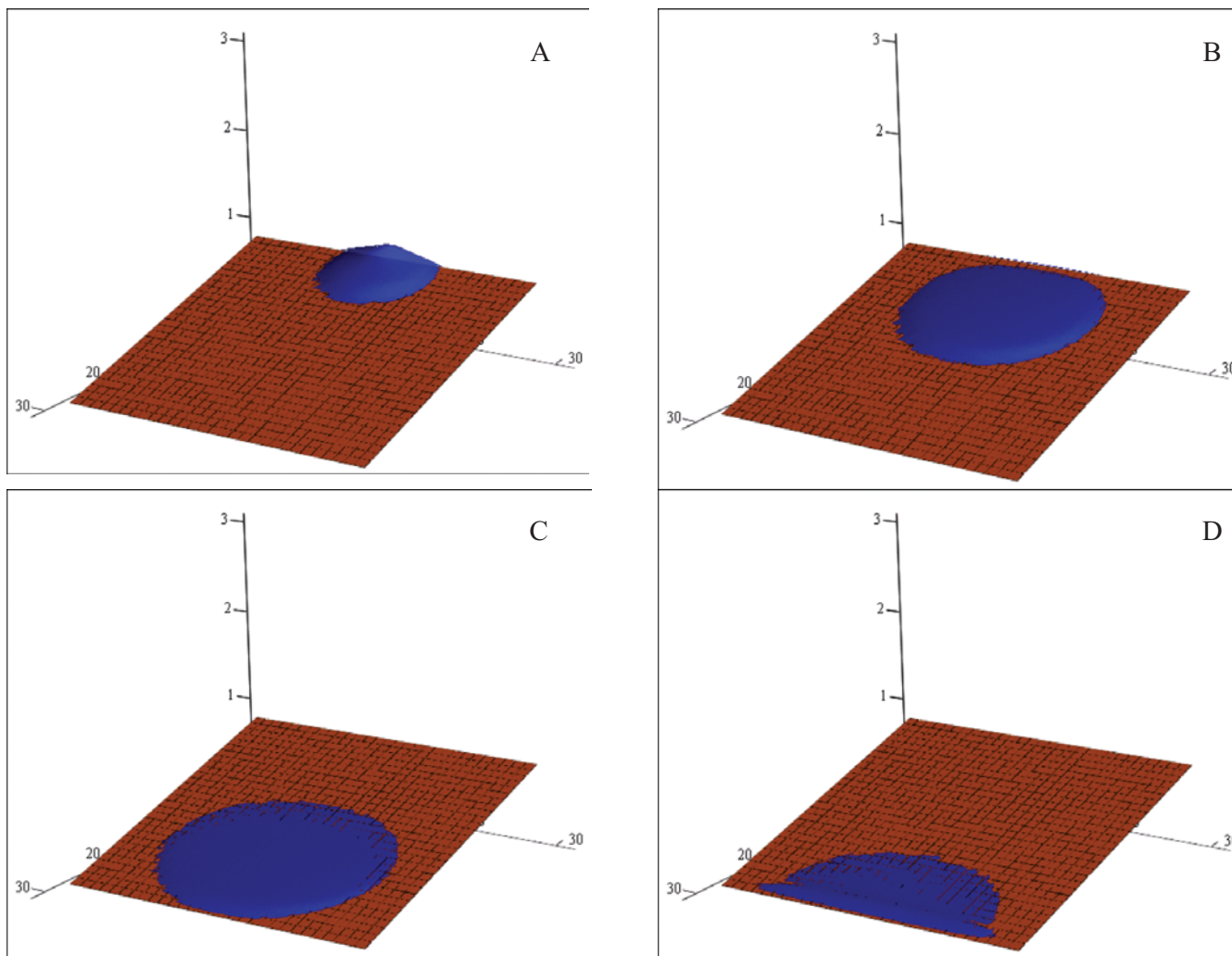


Fig. 2 - Esempio di calcolo a) $t = 24$ s; b) $t = 71$ s; c) $t = 167$ s; d) $t = 238$ s
 - Example of calculation a) $t = 24$ s; b) $t = 71$ s; c) $t = 167$ s; d) $t = 238$ s

UN CONFRONTO CON DATI SPERIMENTALI

Una fase di validazione che si avvalga di un confronto con dati sperimentali o di campo consente di esprimere un giudizio congiunto sia sull'efficacia dell'algoritmo numerico, sia sull'effetto delle ipotesi concettuali adottate e quindi sul campo di applicabilità del modello. Il confronto con i rari risultati analitici e con i risultati di simulazioni di altri modelli numerici, consentono di verificare solo separatamente tali effetti.

A COMPARISON WITH EXPERIMENTAL DATA

Comparison between numerical and experimental data allows to judge both on the effectiveness of numerical formulation as well as on the conceptual hypotheses underlying the model. This preliminary validation analysis is aimed at understanding which are the limits of applicability of parabolic approximation under the above circumstances, and how well the propagation of the wave beyond the breach can be simulated.

Nella maggior parte dei casi reali di applicazione di modelli numerici, le inondazioni simulate sono il risultato di eventi di rottura arginale di corsi d'acqua o rapidi rilasci di portata, e di una seguente espansione dei volumi d'acqua fuoriusciti. In tali casi l'approssimazione parabolica risulta spesso essere restrittiva ai fini di simulare adeguatamente tutte le fasi dell'evoluzione dell'evento. Scopo di questa prima fase di validazione è quello di capire fino a che punto l'approssimazione parabolica limiti il campo di applicazione del modello in tali casi, e in quale misura si riesca ad ottenere un risultato accettabile ai fini della descrizione dell'onda di piena che si propaga a valle della breccia arginale.

In considerazione di ciò si è deciso di indirizzare tale fase verso un confronto con dati sperimentali riguardanti la riproduzione in laboratorio di un'inondazione avente spiccate caratteristiche "inerziali" (FONTANA, 2000). L'installazione sperimentale era costituita da una platea di calcestruzzo magro, di dimensioni 16x8 m, dello spessore di 10 cm, allagata con una portata di 3 l/s, attraverso una tubazione d'acciaio zincato DN 2", terminante in un tronchetto DN 1.5" ($A=11.4 \text{ cm}^2$) con generatrice inferiore a livello della platea.

Nelle simulazioni si è utilizzato un coefficiente di Gauckler-Strickler pari a $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ in considerazione della fattura della platea.

Nelle Figure 3 e 4 sono riportati gli andamenti del fronte di propagazione sperimentale, in tratto blu, confrontati con l'output del modello numerico, in due istanti temporali.

Toward the above aim, we have compared the model prediction with a laboratory experiment simulating an overland inundation characterized by significant inertial features (FONTANA, 2000). The lab installation consisted of a lean concrete bed, 16x8 m wide, 10 cm thick, flooded by a constant discharge of 3 l/s, through a zinc plated steel pipe DN 2", ending in a stub pipe DN 1.5" ($A=11.4 \text{ cm}^2$). Considering the bed material characteristics, all numerical simulations were carried out using a Gauckler-Strickler coefficient of $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$.

Figures 3 and 4 depict the advancement of the experimental front, in blue trace, compared to numerical output, in red trace, for two instants.

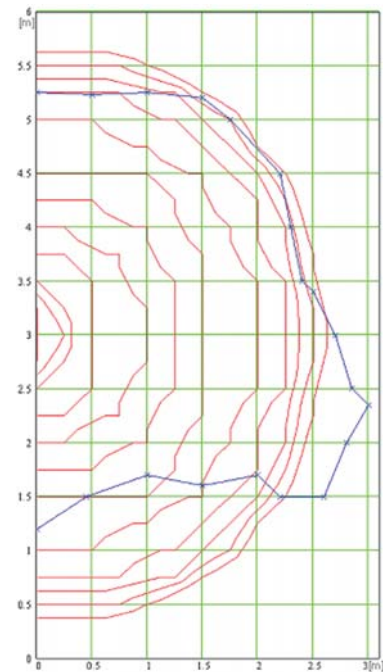
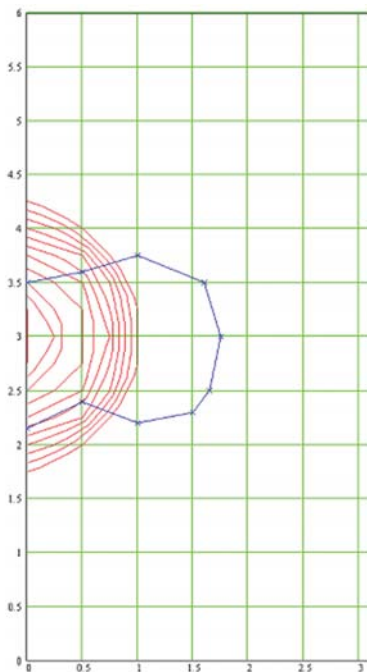


Fig. 3 e 4 - Confronto con risultati sperimentali di FONTANA (2000): $t=4.24 \text{ s}$ (Fig. 3), $t=20.24 \text{ s}$ (Fig. 4); la linea di colore azzurro rappresenta la posizione del fronte nella prova sperimentale, le altre linee sono le isopieze del modello numerico. Le unità di misura usate per la rappresentazione sono metri su entrambi gli assi

- Comparison with experimental data (FONTANA, 2000) $t=4.24 \text{ s}$ (Fig. 3), $t=20.24 \text{ s}$ (Fig. 4); blue trace is the experimental front while red lines are the numerical isodepth. Units are meter for both axes

Dal confronto si evince come il modello sia applicabile in situazioni analoghe alla presente se si è interessati alla distribuzione finale dei volumi d'acqua e delle aree inondate. La propagazione, infatti, avviene in questo caso con prevalenza netta, almeno in una prima fase, delle componenti motrici inerziali, attesa la velocità non trascurabile di immissione del flusso, stimabile intorno ai 2.6 m/s. L'influenza di tali componenti inerziali sulle modalità di propagazione decresce fortemente nel tempo e con l'allontanamento dalla sorgente, e ciò è testimoniato dal fatto che la soluzione numerica approssima in maniera sempre più precisa quella sperimentale: il divario tra i risultati numerici e quelli sperimentali si riduce all'allontanarsi nel dominio spazio-temporale dalla sorgente dei volumi d'acqua, fino a raggiungere una più che soddisfacente congruenza.

E' possibile concludere che la propagazione dell'inondazione nel suo insieme viene ad essere modellata con accettabile precisione dalla formulazione parabolica, ad eccezione di zone limitate, caratterizzate da dinamiche di efflusso ad elevata inerzia. Queste zone sono generalmente localizzate in prossimità di una rottura arginale improvvisa o rilasci istantanei di portata.

UNA PRIMA APPLICAZIONE

Il comune di S. Marinella, in provincia di Roma (Italy), è collocato in corrispondenza del tratto finale del Fosso di Ponton del Castrato che attraversa il centro abitato all'interno di un tombino. In un evento di piena, la capacità massima di tale tombino, stimabile attorno ai 35 m³/s è spesso inferiore alla portata affluente da monte, provocando quindi una fuoriuscita dei volumi d'acqua in eccesso localizzata in corrispondenza dell'imbocco. Il piano topografico è descritto da un DEM a maglia 3x3 m, che risulta in una griglia di calcolo per il modello di 45552 celle quadrate. La densità di celle è stata scelta in modo da consentire una adeguata rappresentazione del tessuto stradale e degli edifici. Al fine di non apportare un appesantimento computazionale dovuto all'inserimento di confini interni impermeabili, la rappresentazione degli edifici è stata ottenuta innalzando il livello dei punti ad essi corrispondenti rispetto alle quote circostanti: le loro aree di pertinenza sono riportate in Fig. 5. In assenza di possibili dati con i quali effettuare una taratura del parametro di scabrezza, e in considerazione della caratterizzazione urbana della zona oggetto di studio, si è adottato per il coefficiente di Strickler un valore pari a 25 m^{1/3}s⁻¹.

Studi effettuati dal Dipartimento di Scienze dell'Ingegneria Civile dell'Università di "Roma Tre", nell'ambito della convenzione con l'Autorità dei Bacini Regionali del Lazio (CALENDA & MANCINI, 2003), sull'intero bacino idrografico del fosso di Ponton del Castrato, hanno consentito di stimare, in funzione del tempo di ritorno, i valori di portata al colmo in ingresso per l'area oggetto dello studio. Al fine di rispettare i volumi propri dell'evento di piena, in considerazione del fatto che il modello afflussi/deflussi utilizzato è di tipo cinematico, sono stati utilizzati idrogrammi triangolari isosceli con portata al colmo in corrispondenza del tempo di corrvazione del bacino. I dati corrispondenti sono riprodotti nella Tabella 3.

The comparison shows that the model can be applied to cases similar to the simulated one if one is interested in the final distribution of the water volumes and the inundated area. Standing the high inlet velocity (around 2.6 m/s), the propagation takes place with a strong prevalence of the inertial components, at least in the first stage. The influence of the inertial components on the overall flood behavior decreases rapidly with time and with distance from water source, and this is proved by the fact that the difference between numerical solution and experimental data diminishes moving away from the source in the space-domain.

We may therefore conclude that the overall inundation can be simulated correctly using a parabolic assumption, with the exception of limited areas, where dynamics is dominated by high inertial components. These zones are usually located near a sudden embankment failure or an impulsive discharge release, and their extension is usually small compared to the size of the domain of interest.

APPLICATION EXAMPLE

The city of S. Marinella, near Rome, in Italy, is located by the last section of "Fosso di Ponton del Castrato" river, which crosses the urban area piped underground. In a flood event, the maximum discharge capacity of the culvert, around 35 m³/s, is often lower than flow discharge coming from the basin, resulting in an overflow that inundates the city.

The topography is described by a 3x3m DEM, which results in a computational grid of 45552 square cells, which allows to adequately describe streets and buildings of the area. Buildings are represented by rising their cells' elevation above the surrounding ones. Their areas are highlighted in fig. 5.

In absence of data for the model calibration, a Strickler coefficient of 25 m^{1/3}s⁻¹ on the whole spatial domain has been used; the value is inferred from the nature of the urban area interested by the flooding event.

The peak discharge of Fosso di Ponton del Castrato as function of return period was calculated by Calenda & Mancini (2003) by means of a kinematic rainfall-runoff approach, in which the discharge is represented through a symmetrical triangular hydrograph; the main data are summarized in Table 3.

For the sake of brevity, only one simulation follows, concerning a flood event with a return period of 200 years.

A TWO-DIMENSIONAL PARABOLIC MODEL FOR FLOOD ASSESSMENT

Portata al colmo Max flood discharge (m ³ /s)	Tempo di ritorno Return period (anni/years)	Tempo di corrvazione Concentration time (h)
4.64	30	0.62
13.91	50	
25.76	100	
38.25	200	
55.22	500	

Tab. 3 - Dati idrologici del bacino del fosso di Ponton del Castrato
-Hydrological data of Ponton del Castrato basin

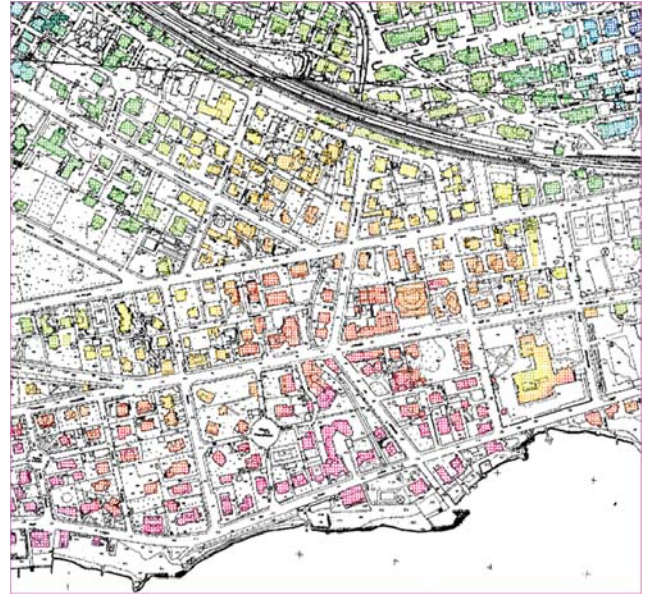


Fig. 5 - Area di studio, con area di pertinenza degli edifici
- Studied region, with buildings' areas highlighted

Per brevità di trattazione viene qui riportata la simulazione relativa all'onda di piena con tempo di ritorno pari a 200 anni.

La figura 6 mostra l'andamento dei volumi per la simulazione in esame, e analizza contemporaneamente grandezze cumulate, quali i volumi entrati, quelli usciti verso mare, e grandezze istantanee come i volumi presenti nel sistema. Vengono rappresentate anche loro combinazioni, come la somma dei presenti e degli usciti, e una rappre-

Figure 6 shows the water balance for the considered simulation through the analysis of cumulated volumes in the domain, i.e. the input, output and stored volumes. The mass balance error curve (cyan line, hardly visible in the figure) displays values around 0.001% of the water entered the system, showing the model ability to preserve the global volumes balance at any time step.

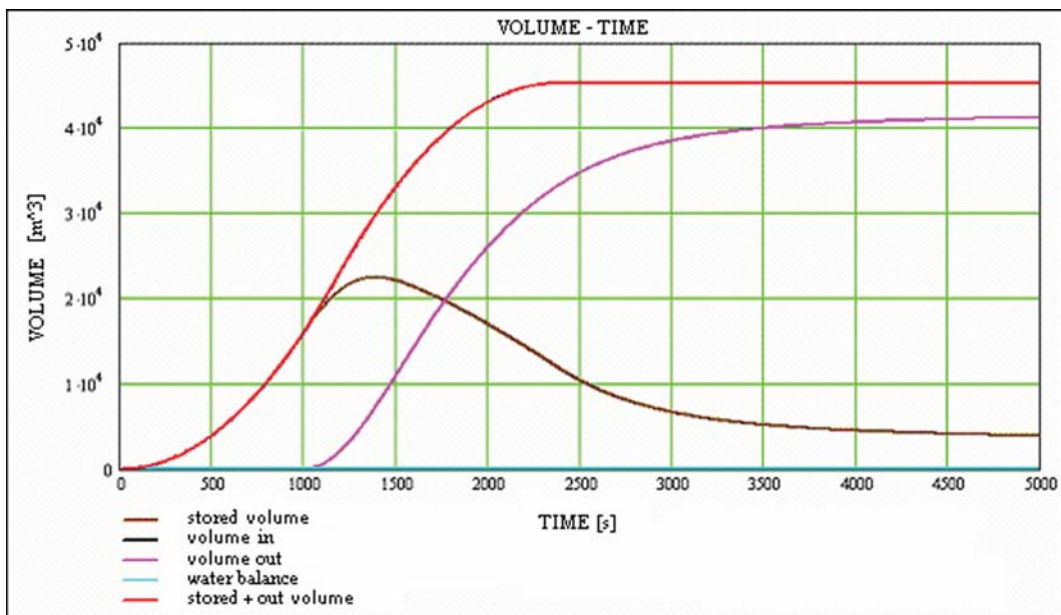


Fig. 6 - Andamento dei volumi della simulazione con tempo di ritorno TR=200 anni
- Water volumes as function of time for return period of 200 years

sentazione dell'errore commesso, calcolato come la differenza tra gli entrati e la somma tra i presenti e gli usciti. Proprio dall'esame di quest'ultima grandezza, il cui valore, rapportato ai volumi entrati, rimane limitato a piccole percentuali (0.001%), si verifica la capacità del modello di rispettare la continuità globale.

Le Figure 7, 8 e 9 riportano gli stati di avanzamento dell'inondazione in tre istanti temporali, dei quali l'ultimo mette in evidenza l'asciugamento dell'area e la formazione di pozze di ristagno. Dall'analisi delle figure è immediato verificare come la dinamica di avanzamento del fronte dell'inondazione sia determinata prevalentemente dal tessuto urbano e dalla rete stradale. Il raggiungimento della linea di costa da parte del fronte avviene dopo circa 1000 s dall'inizio della fuoriuscita dal tombino. Attestata una distanza tra questo e la costa di circa 650 m, risulta una velocità media di propagazione di circa 0.65 m/s.

Per tutte le simulazioni si hanno a disposizione le perimetrazioni delle aree di esondazione ottenute con un modello monodimensionale stazionario, la cui delimitazione per la simulazione sopra illustrata è descritta a mezzo di una traccia gialla. È evidente come il modello bidimensionale risulti essere meno conservativo rispetto al monodimensionale: tale differenza è imputabile sia alle ovvie diverse modalità di simulazione della fluidodinamica, sia, fatto non trascurabile, alla stazionarietà del modello monodimensionale, che utilizza la portata al colmo e non è quindi in grado di considerare alcun effetto di laminazione delle portate. La simulazione di un deflusso in area urba-

Figures 7, 8 and 9 illustrate three advancing stages of the inundation, the last of which represents the drying phase and the formation of isolated pools. The figures clearly show that the dynamic of inundation is mostly dominated by the street network. The front

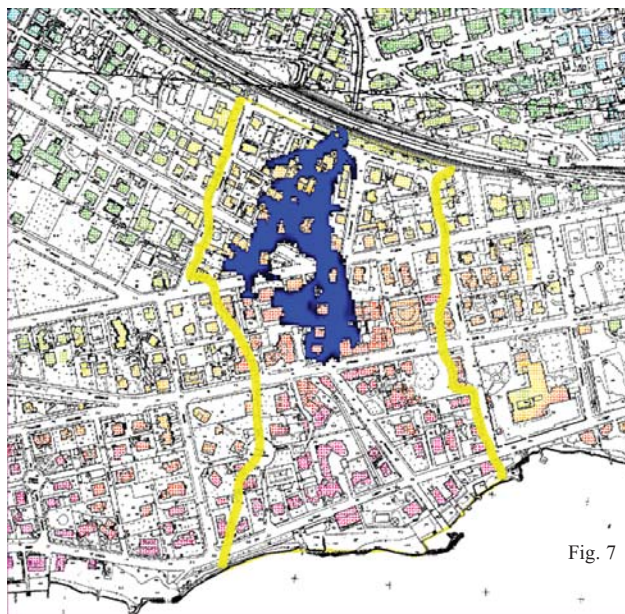


Fig. 7

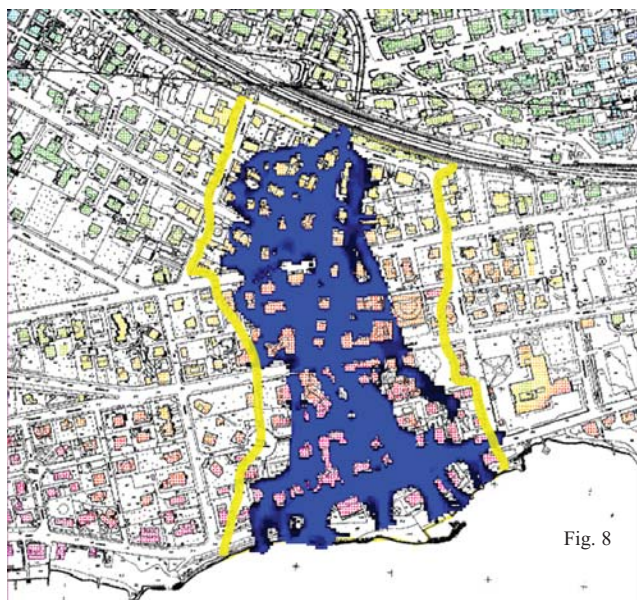


Fig. 8

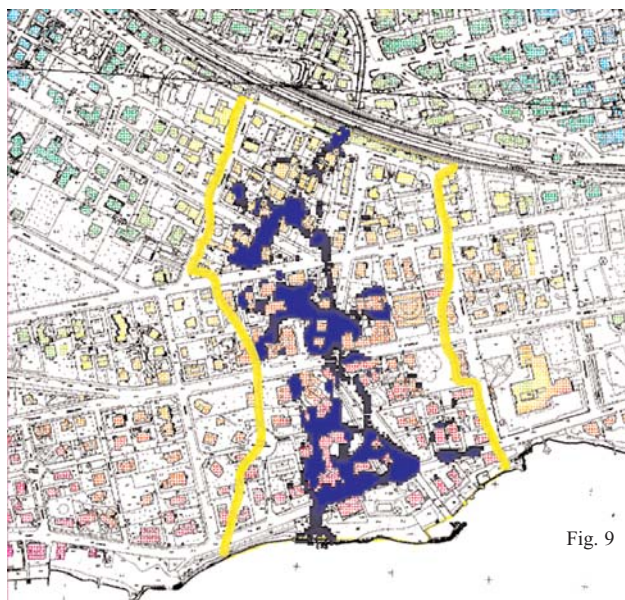


Fig. 9

- Fig. 7 - S. Marinella, simulazione dell'area allagata; $t=500s$ - il fronte di propagazione non ha ancora raggiunto la linea di costa
 - $t=500 s$ - initial stage: advancing front has not yet reached the coast
 Fig. 8 - S. Marinella, simulazione dell'area allagata; $t=1549s$ - massima estensione dell'inondazione
 - $t=1549 s$ - instant of maximum extension of the flooded area
 Fig. 9 - S. Marinella, simulazione dell'area allagata; $t=5000s$ fase di asciugamento, visibili varie pozze di ristagno
 - $t=5000 s$ - drying phase: several pools are visible

na impone, considerata la non agevole prevedibilità dei percorsi dei flussi, di utilizzare un modello bidimensionale, a meno di incorrere in evidenti errori di valutazione.

CONCLUSIONI

Il modello numerico di simulazione delle inondazioni presentato integra le equazioni delle acque basse in forma parabolica, con un metodo tipo storage cells, con celle costruite direttamente da DEM a maglia rettangolare. Il modello è caratterizzato da una robustezza numerica conferitagli dalle ipotesi proprie del modello concettuale e dall'impostazione dello schema numerico. L'algoritmo di risoluzione del modello è stato impostato in modo da rispettare il bilancio di massa globale per ogni passo temporale, per qualsiasi configurazione del territorio e dei livelli idrici presenti in esso. La semplicità di utilizzo del modello deriva dalla diretta corrispondenza esistente tra supporto topografico e griglia di calcolo utilizzata, e dalla snella procedura di taratura, che interessa la sola distribuzione del coefficiente di Gauckler-Strickler.

E' stata effettuata una fase di validazione consistente nel confronto con dati sperimentali; viene inoltre proposta l'applicazione ad un caso reale di inondazione in area urbana. Ambedue le fasi, se da un lato hanno messo in evidenza i limiti imposti dall'approssimazione parabolica, hanno anche consentito di verificare come sia possibile utilizzare il modello agevolmente e con risultati attendibili nel caso di inondazioni su grande scala, nelle quali i fenomeni inerziali sono contenuti in regioni spazialmente limitate.

I possibili scenari di utilizzo del modello sono i più diversi. La determinazione del rischio idrogeologico come strumento di previsione è attualmente oggetto di particolare attenzione: in questo campo, il modello si propone come strumento robusto e di agevole applicazione per l'individuazione delle zone di esondazione dei corsi d'acqua nelle aree vallive.

reaches the coastal line after approximately 1000s from the culvert's overflow. Given an approximate distance of 650 m, a speed of about 0.65 m/s can be estimated for the advancing front.

The numerical simulations led to determination of flood risk areas, which can be compared to previous estimates obtained by means of a standard one-dimensional model, assuming steady state flow (Figures 7, 8 and 9, yellow lines). The comparison shows how the commonly employed 1D/steady flow assumptions produce results which are generally more conservative, the predicted inundated areas being often larger than the those obtained through 2D/transient models. The discrepancy is associated to the obvious different dynamics which are simulated, and also to the assumed flow steadiness. It seems therefore that the simulation of an urban flood event needs the use of more complex two-dimensional, transient flow models, which can effectively describe both the complex urban topography and the real water-flow dynamics.

CONCLUSIONS

We have proposed a two-dimensional numerical model for simulating water flooding in large areas. The model integrates the shallow-water equations, with the parabolic approximation, by means of a storage cells method, whose numerical grid is directly built using DEM data. The model algorithm is designed such to satisfy the global continuity relation, which is respected for any flow and topography configuration. The model has proven to be numerically robust, thanks to the conceptual hypotheses and to the particular numerical scheme. The simplicity for the user derives from the direct correspondence between topographic and numerical discretization, and from relatively simple calibration procedure which makes use of the only Gauckler-Strickler coefficient.

A comparison with results from a laboratory test has been carried out, and an application example to an urban area flood is presented. The comparison with the laboratory data has proven the suitability of the model in case of large scale flood analysis, in which inertial phenomena are restricted to limited spatial areas, and it has highlighted the limits of parabolic approximation in the vicinity of the sudden water release areas. Possible application fields are the most various ones, with particular emphasis on the hydrogeological risk assessment.

OPERE CITATE / REFERENCES

- ALCRUDO F. & GARCIA-NAVARRO P. (1993) - *A high resolution Godunov-type scheme in finite volumes for the 2D shallow-water equations*. Int. J. Numerical Methods in Fluids, **16**: 489-505.
- BALLOFFET A. & SCHEFFLER M.L. (1982) - *Numerical analysis of the Teton dam failure flood*. Journal of Hydraulic Research, **20** (4): 317-328.
- BERGER R. C. & STOCKSTILL R. L. (1995) - *Finite-Element Model for High-Velocity Channels*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, **121** (10): 710-716.
- CALENDA G. & MANCINI C.P. (2003) - *Rilievi, studi e ricerche finalizzate all'aggiornamento del piano stralcio per l'assetto idrogeologico relativamente alla difesa idraulica dei bacini regionali minori - area Nord*. Nell'ambito della convenzione tra il Dip. Scienze dell'Ingegneria Civile, Università degli Studi "Roma Tre" e l'Autorità dei Bacini Regionali del Lazio. Relazione non pubblicata.
- CAPPELAERE B. (1997) - *Accurate diffusive wave routing*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, **123** (3): 174-181.
- CHAUDHRY M.H. (1993) - *Open-Channel Flow*, Prentice-Hall, Inc.
- FENNEMA R.J. & CHAUDHRY M.H. (1990) - *Explicit methods for 2-D transient free surface flows*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, **116** (11): 1013-1034.
- FONTANA N. (2000) - Tesi di dottorato, Università di Napoli Federico II, Dipartimento di Ingegneria Idraulica ed Ambientale "Girolamo Ippolito", XII ciclo.
- GLAISTER P. (1991) - *Solutions of a two-dimensional dam break problem*. Int. J. Eng. Sci., **29** (11): 1357-1362.
- KATOPODES N. & STRELKOFF T. (1978) - *Computing two-dimensional dam-break flood waves*. J. Hydraul. Div., ASCE, **104** (9): 1269-1288.
- LAURA R. A. & WANG J. D. (1984) - *Two-dimensional flood routing on steep slopes*. Journal of Hydraulic Division, ASCE, **110** (8): 1121-1135.
- LEOPARDI A., OLIVERI E. & GRECO M. (2002) - *Two-Dimensional Modelling of Floods to Map Risk-Prone Areas*. Journal of Water Resources Planning and Management, Maggio/Giugno
- LIGGETT J.A. (1994) - *Fluid Mechanics*. McGraw- Hill, Inc.
- REITANO B. (1992) - *Modello bidimensionale per la simulazione di inondazione fluviali*. 23° Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Firenze, **3**: D.321-D.336.
- REITANO B., BOCCAFOSCHI A. & CAUDULLO C. (1998) - *Simulazione bidimensionale di inondazioni fluviali con crollo di arginature in corso devento*. Atti XXVI Convegno idraulica e costruzioni idrauliche, Catania, III: 41-54. (U.O. 1.12)
- TORO E. (1992) - *Riemann Problems and the WAF Method for Solving the Two-dimensional Shallow Water Equations*. Philosophical Trans. Royal Soc. London, U.K., A338, 43-68.
- TUCCIARELLI T. & TERMINI D. (2000) - *Finite-element modelling of floodplain flow*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, **126** (6): 416-424
- WHITHAM G.B. (1974) - *Linear and Nonlinear Waves*. J.Wiley & Sons.
- ZANOBETTI D., LORGERE H., PREISSMAN A. & CUNGE J.A. (1970) - *Mekong Delta Mathematical Model Program Construction*. Journal of Waterways to Harbours Division, Proceeding of the ASCE, **96**: No. WW2.
- ZHAO D.H., SHEN H. W., TABIOS III G. Q., LAI J.S. & TAN W.Y. (1994) - *Finite-volume two-Dimensional unsteady-flow model for river basins*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, **120** (7): 863-883.

Received October 2005 - Accepted March 2006