

ANALISI DELL'ERRORE IN CAMPO IDROLOGICO: IL BILANCIO DI MASSA DI UN LAGO COME CASO DI STUDIO

HYDROLOGIC ERROR ANALYSIS: A LAKE MASS BALANCE AS A CASE STUDY (EMERALD LAKE - CALIFORNIA, USA)

GIOVANNI MATTEOTTI(*)

(*) Socio SIPIM s.r.l. Coastal and Environmental Engineering - Via Pietro Canal, 29 - 35137 Padova, Italy

RIASSUNTO

Nella memoria è descritta una metodologia ricavata dalla teoria degli errori, intesa come suggerimento strumentale per la stima dell'accuratezza nelle misurazioni idrologiche. Dapprima si fa una breve introduzione sulla teoria alla base dei casi statistici in cui sono coinvolti errori di osservazione, che possono essere divisi in casuali, sistematici e spuri. Successivamente una metodologia desunta dalla teoria degli errori suggerisce come valutare l'errore globale in una quantità che sia funzione di più variabili. Ciò quando l'incertezza sulla singola variabile viene valutata tramite misurazione o altro. Inoltre si introduce il concetto di come gli errori si "propagano". Il caso studio riguarda il bacino idrologico del lago di tipo alpino Emerald (California, USA) e tratta del suo bilancio di massa idrologico includendo il termine riguardante gli errori di osservazione. Enfasi viene data sui dati delle portate e dell'evaporazione, che contano per la quasi totalità del bilancio. La metodologia suggerita per la stima delle incertezze nelle misurazioni si definisce come procedura "one step", che risulta di più immediata applicazione e semplifica i calcoli. L'analisi dei flussi delle portate e dell'evaporazione dimostra l'importanza della corretta scelta dei parametri che intervengono nell'equazione del bilancio di massa. Si sono ipotizzati valori per le singole incertezze, a causa della mancanza di ampi campioni statistici da analizzare; ma futuri sviluppi dell'analisi dell'errore, in campo idrologico, dovranno migliorare lo sforzo di rendere i set di dati più vicini al concetto di campioni statistici significativi. L'incertezza totale ottenuta, nel caso specifico, è nell'ordine del 10-12% che concorda in buona sostanza con i risultati ottenuti in precedenti studi.

TERMINI CHIAVE: *misurazione, valore reale, errore, deviazione standard, propagazione dell'errore, incertezza, portata, scala delle portate, relazione portate-livelli, evaporazione, evapotraspirazione potenziale, mulinello idrometrico*

INTRODUZIONE

Negli ultimi anni sono stati fatti diversi tentativi di eseguire un bilancio di massa idrologico per bacini afferenti a laghi di tipo alpino. In tali studi si è tentato di valutare gli errori di misurazione impliciti nell'analisi di ciascun elemento del bilancio idrologico.

E' noto che gli errori di misurazione per la valutazione delle com-

ABSTRACT

The paper describes a methodology taken from theory of errors as a suggestion tool to estimate accuracy in hydrological measurements. First it is introduced the statistical theory underlying most of the cases involving errors of observations that can be divided further on into random, systematic and spurious. Then a methodology taken from the theory of errors suggests how to evaluate global error in a quantity function of more than one variable. This when the single variable uncertainty is evaluated from measurements or else. Also the concept of how errors "propagate" is introduced. The case study is about the Emerald lake basin (California, USA) and deals with its water mass balance including the error term. Focus in on streamflow and evaporation data, that account for most of the total. The suggested method for evaluating uncertainties in measurements is the one step procedure which is more readily applicable and simplify the calculations. The analysis on stream flow and evaporation has exhibited the importance of the right choice of the parameters involved in the mass balance equation. Single uncertainties, since missing large statistical sample to work with, have been assumed, but future work on error analysis will involve the search for rendering data sets closer to the meaning of a significant statistical sample. Total obtained uncertainty is in the order of 10-12% in a good agreement with the values obtained in previous investigations.

KEY WORDS: *measurement, true value, error, standard deviation, error propagation, uncertainty, streamflow, rating curve, stage discharge, evaporation, potential evapotranspiration, current meter*

INTRODUCTION

Several attempts of performing hydrologic mass balance for lakes have been done in recent years. In these studies it has been tried to analyse the errors involved in the measurements of each hydrological component.

It is known that errors in evaluating hydrological components

ponenti idrologiche del bilancio di massa sono riferibili a diverse fonti e possono essere classificati in due distinte categorie:

- errori di misura;
- errori di interpretazione (i.e processi di regionalizzazione in campo idrologico).

Come noto gli errori di misurazione sono causa del tentativo di misurare una quantità in uno specifico punto usando strumenti non perfettamente tarati e schemi di campioni da utilizzare e procedure di aggiornamento dati inadeguati allo scopo. Gli errori di regionalizzazione provengono dal tentativo di valutare quantità in uno spazio continuo e omogeneo a partire da dati di tipo localizzato. Pertanto l'influenza degli errori nella valutazione del bilancio idrologico di massa per un lago di tipo alpino o sub-alpino è di grande importanza.

I problemi correlati con la regionalizzazione e la misurazione sul campo sono difficili da risolvere del tutto e la maggior parte delle volte si fanno dipendere da ipotesi alla base a carattere soggettivo. E' intuitivo affermare che se le ipotesi fatte su come valutare una singola componente idrologica sono fuorvianti anche le misurazioni condotte con la maggiore accuratezza possono risultare prive di significato.

Di seguito si propone un metodo per migliorare l'accuratezza delle misurazioni di una componente idrologica, una volta che le ipotesi fatte a monte delle valutazioni rappresentino un grado sufficientemente accettabile. L'accuratezza nelle misurazioni può essere definita come la relativa abilità dell'analista a prendere in considerazione ogni singola componente presa in esame.

Nel processo di stima di una componente ci si trova a fronteggiare due tipi di situazione: o si è in possesso di un gran numero di dati con la conseguente possibilità di eseguire una analisi statistica rigorosa; o non è possibile reperire una grande quantità di dati con la conseguenza che l'analista è costretto a ricorrere maggiormente ad ipotesi di tipo soggettivo, eseguite precedentemente all'analisi stessa o, anche ad esperienze analoghe precedenti. In questo ultimo caso l'analista che cerca di definire il grado di accuratezza delle sue valutazioni si trova a compiere una sorta di analisi di sensitività. Pertanto il termine analisi dell'errore può essere utilizzato in parallelo con il termine analisi di sensitività. In campo idrologico si può fare una ulteriore distinzione tra due livelli di analisi di sensitività: quello collegato ad ipotesi di tipo soggettivo e l'analisi di sensitività di tipo selettivo, che può essere effettuata con tecniche più sofisticate.

Nei seguenti paragrafi si propone come strumento di valutazione dell'accuratezza delle misurazioni in campo idrologico una metodologia desunta dalla teoria degli errori.

METODOLOGIA

Gli errori di misurazione possono essere suddivisi in casuali, sistematici e spuri. Quelli casuali si riferiscono ad errori di tipo sperimentale e possono essere ridotti aumentando il numero di misurazioni. Gli errori sistematici dipendono dallo strumento utilizzato e non possono essere ridotti aumentando il numero di osservazioni. Gli errori di tipo spurio sono quelli che non possono essere analizzati da

may come from different sources and can be classified into two general categories:

- measurements errors
- interpretation errors (e.g. regionalization).

As it is well known measurements errors arise by trying to measure a quantity at a point using imperfect instruments and inadequate sample design and datation procedures. Regionalization errors result from estimating quantities in a time space continuum from point data.

Thus the influence of errors in the hydrologic mass balance of an alpine type lake is of great importance. Problems related with gauging and regionalization are difficult to solve completely and most of the times rely on subjective assumptions. It is quite clear that if assumptions made on how to evaluate an hydrological component are misleading even though accuracy in measurements is high results can be meaningless.

In this paper it has been outlined a method to improve accuracy in the measurement of an hydrological term, once good theoretical assumptions are made. Accuracy in measurement can be defined as the relative ability of the analyst to evaluate each term taken into consideration. In estimating a component two situations are faced: either a large number of data is available, allowing to perform a rigorous statistical analysis; or a large number of data is not available thus forcing the analyst to rely more on subjective assumptions or previous experience.

In the latter case the analyst trying to gauge the degree of accuracy in his estimates performs a sort of sensitivity analysis. Thus the term error analysis can be used along with the term sensitivity analysis. In hydrology a further distinction between two level of sensitivity analysis can be made: the subjective estimates and the selective sensitivity analysis, which can be carried out by more accurate technique. In the following paragraphs a methodology taken from theory of errors is suggested as a tool to estimate accuracy in hydrological measurements

METHODOLOGY

Errors of observations can be divided into random, systematic and spurious. Random are related to experimental error and can be reduced by increasing the number of observations. Systematic errors are instrument dependent and cannot be reduced by increasing the number of observations. Spurious error are those which cannot be statistically analysed and therefore are always

punto di vista statistico e perciò vengono omessi dalle valutazioni.

In idrologia una distinzione si può fare anche tra errori di misurazione casuali e sistematici. Una sequenza di misurazioni ripetute eseguita senza variazioni nell'apparato di misura o nelle procedura non porta valori identici e perciò le fluttuazioni incontrollabili sono input numerici trattati come casuali. Allo stesso tempo vi possono essere errori associati con la teoria utilizzata alla base del metodo di misurazione utilizzato.

Se il "valore reale" della quantità che si sta misurando viene indicato come x , la misurazione X si definisce come:

$$X = x + \beta + \varepsilon \quad (1)$$

dove:

β = errore sistematico costante;

ε = errore casuale variabile.

Se i nostri strumenti sono di buona qualità si può assumere che l'errore di tipo sistematico sia trascurabile. Tutti gli errori di tipo sistematico sono ipotizzati di livello ininfluente prima di eseguire ogni seria misurazione. Pertanto il tipo di dati che vengono raccolti nelle misurazioni idrologiche sono variabili casuali di tipo continuo dato che assumono, appunto, un *continuum* di valori.

Come precedentemente accennato ci si trova a fronteggiare due situazioni per certi versi opposte. Nel primo caso si è in grado di utilizzare un gran numero di dati (intendendo un gran numero di dati facenti riferimento alla stessa condizione; i.e il numero di verticali desunte da una singola misurazione di portata utilizzando il metodo area-velocità); nel secondo caso i dati sono pochi o nessuno.

Nell'ultimo caso non si può eseguire una analisi statistica rigorosa e di conseguenza l'obiettivo primario dovrebbe essere quello di agire nella direzione di ovviare, almeno parzialmente, a tale problema (RICE, 1988). Ciò permette di stimare l'incertezza in entrambe le situazioni. Gli strumenti di una analisi statistica rigorosa, se in possesso di molti dati (si sostituisce il termine grande quantità con molti, dato che grande quantità di dati è un obiettivo quasi impossibile da perseguire in campo idrologico) sono di seguito richiamati.

Ciò consentirà di ricavare una metodologia empirica adatta alla valutazione del grado di accuratezza delle misurazioni. Se in possesso di grande quantità di dati si può eseguire una analisi statistica del set di dati stesso nella forma di variabili casuali di tipo continuo. Tale analisi si realizza con gli strumenti statistici più usati per determinare l'incertezza implicita nelle misurazioni: la media e la deviazione standard. A tal fine i set di dati devono porsi in adeguata correlazione con la curva simmetrica a forma di campana che rappresenta la distribuzione normale.

Quando ciò si avvera la dispersione delle osservazione intorno alla media viene misurata come deviazione standard. La distribuzione normale viene di norma ottenuta direttamente dall'istogramma relativo alle osservazioni. Si sa dalla analisi statistica che ogni distribuzione di misurazioni di una variabile di tipo continuo può essere graficamente rappresentata da un'istogramma. Ma solo quando il numero di misurazioni aumenta la distribuzione assume la forma di una curva continua ben definita e diventa sempre più non distinguibile

neglected.

In hydrology a distinction can be made between random and systematic measurement errors. A sequence of repeated measurements made with no change in the apparatus or experimental procedure does not yield identical values and the uncontrollable fluctuations are modeled as random. At the same time there may be errors associated with the theory underlying the method of measurement.

If the "true" value of the quantity being measured is denoted by x , the measurement X is modeled as:

where:

β = constant systematic error;

ε = random variable error.

If our instruments are good enough negligible systematic error can be assumed. All systematic errors are assumed to be reduced to a negligible level before any serious measurement begins. Thus the kind of data we collect from hydrologic measurements are random continuous variables, since they can take on a continuum of values.

Two opposite situations are faced, as previously introduced, when hydrological data are examined. In the first case a large number of data is available (meaning a large number of data that refer to the same condition, e.g. the number of vertical taken for a single measurement of discharge in streamflow using the velocity area method); in the second case very little or none are available.

In the latter case a significant rigorous analysis cannot be carried out and the general purpose should be to act in order to partly overcome this problem (RICE, 1988). This will allow to estimate uncertainty in both situations. The tools to perform statistical analysis when in possess of many data (the term large is replaced by the term many since large refer to a great number of data that is almost impossible to get from hydrologic field measurement) are reviewed.

This will allow to come up with an empirical methodology apt to determine the degree of accuracy in measurements. When a large number of data is available a statistical analysis on the data set in form of continuous random variables can be performed. This can be carried out by the most used statistical terms for estimating uncertainty in a measurement: the mean and the standard deviation. In order to be allowed to do that the data sets should fit a bell shaped symmetrical distribution called the normal distribution.

When this happens the dispersion of the observation about the mean is measured in standard deviations. The normal distribution is directly obtained from the histogram of observations.

It is known from statistical analysis that any distribution of measurements for a continuous variable can be graphically displayed in a histogram. But only when the number of measurements that are taken become larger and larger the distribution approaches some definite continuous curve and becomes more and more indistinguishable from the histogram. The limiting distribution obtained when measuring continuous random variables in hydrology usually

bile dall'istogramma. La distribuzione "limitante" (limiting) ottenuta a seguito della misurazione di variabili casuali di tipo continuo in campo idrologico si solito si presenta simile alla sopraccennata curva simmetrica a forma di campana (TAYLOR, 1982)

Si assume che l'errore di tipo sistematico sia negligibile perché in questo caso la distribuzione non è centrata sul valore "reale". Ciò perché gli errori di tipo casuale localizzano in maniera simmetrica le letture di misura al di sopra ed al di sotto del valore "reale", ma l'errore sistematico indirizza tutti i valori in una determinata direzione influenzando sensibilmente la forma della curva che rappresenta la distribuzione normale:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}}$$

σ è un parametro che dice quanto velocemente la funzione si avvicina allo zero. Lentamente se σ è grande, intendendosi minore accuratezza nelle misurazioni, dato che i valori si spargono di più intorno al valore "reale".

Ad esempio la differenza nell'accuratezza delle misure di portata sia con il mulinello idrometrico (strumento meno preciso) sia con lo stramazzo a basso ed alto livello del regime delle portate può essere idealmente rappresentato in Fig.1.

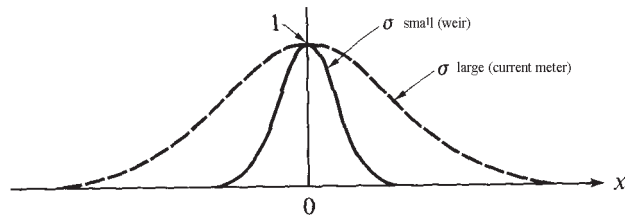
looks like the aforementioned symmetrical bell shaped curve (TAYLOR, 1982).

Negligible systematic error is assumed because in this case the limiting distribution is not centered on the "true" value. This is because random errors are equally to push readings above or below true value, but systematic error push all values in one direction affecting sensibly the shape of the bell shaped curve.

The limiting distribution defines a probability function and in the particular case the function that describes the bell shaped curve is the normal distribution:

σ is the parameter that tells how fast the function approaches zero. Slowly if σ is large, meaning less accurate precision in measurements since values are more spread out around the true value. As an example the difference in accuracy for measuring streamflow with a current meter (less accurate instruments) and a weir both at high and low flow regimes can be idealized and displayed as in the following Fig. 1

Fig. 1 - Distribuzione normale per misurazioni di portata
- Normal distribution for streamflow measurements



La figura 1 fornisce una idea chiara del significato del parametro σ . Si osserva per regimi di flusso alti i valori registrati dal mulinello idrometrico si distribuiscono persino in modo sparso intorno al valore "reale" medio. L'equazione che descrive la distribuzione normale viene anche utilizzata per definire il livello di "confidenza" scelto per le misurazioni.

Se:

$$\int_a^b f(x)dx$$

è la probabilità che una misurazione dia una risposta compresa nell'intervallo $a \leq z \leq b$ e se la distribuzione "limitante" è la funzione di Gauss $f_x, \sigma(x)$, allora l'integrale può essere valutato.

Perciò in una forma generale:

$$P(\text{entro } \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^t e^{\frac{-z^2}{2}} dz \quad (2)$$

dove t = numero di deviazioni standard $z = (x-X)/\sigma$

L'integrale (2) definisce la funzione di errore.

Dalla figura 2 si osserva che la probabilità che una misurazione

The Figure 1 gives a clear idea of what the parameter σ represents. It is noted that for higher flows, current meter registered values spread out even more around the mean "true" value. The equation describing the normal distribution is also used to define the level of confidence chosen for measurements.

If:

is the probability that any one measurement gives an answer in the range $a \leq z \leq b$ and if the limiting distribution is the Gauss function $f_x, \sigma(x)$, then this integral can be evaluated.

So in a general form:

where t = number of standard deviations $z = (x-X)/\sigma$

The integral (2) is called the error function.

From figure 2 it is noted that the probability that a measurement

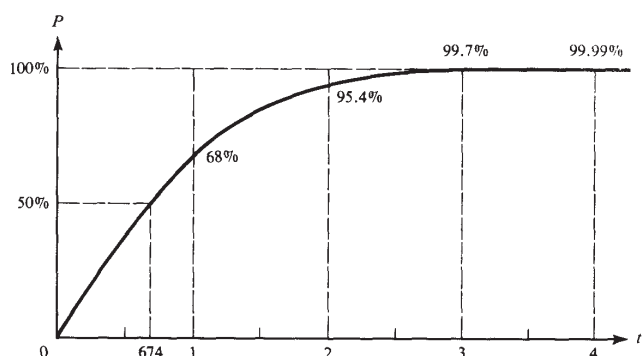


Fig. 2 - Schema dell'intervallo di confidenza
- Error function-confidence level

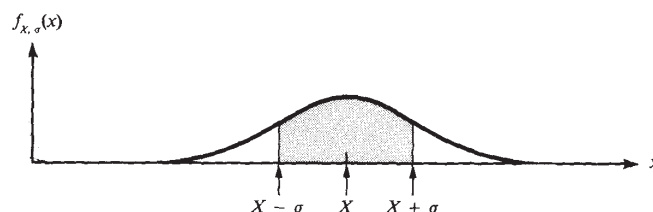


Fig. 3 - Distribuzione dei valori sulla curva
- Measured values distribution

cada all'interno di una deviazione standard è il 68% e la probabilità che cada all'interno di due deviazioni standard è del 95%. Generalmente si utilizza un livello di confidenza pari al 95%

Quando l'analisi fa affidamento su di un numero ristretto di dati è possibile definire un problema correlato al livello di confidenza. Raramente è possibile avere a disposizione un notevole ammontare di dati e spesso persino si omette di raccoglierci sul campo. In tale caso anche una coppia di dati riferiti alla stessa quantità può rappresentare una soluzione al problema.

Si introduce, a questo punto, come esempio una misura di portata su corso d'acqua, al fine di chiarire ciò che è stato appena affermato.

Il valore della portata può essere controllato con due misurazioni solamente.

Se si assume che in ogni caso la distribuzione dei valori di misura sarà approssimativamente di tipo normale (ciò può essere desunto dall'esperienza), tali valori possono essere ipotizzati e localizzati nelle immediate vicinanze del valore "reale", rappresentate dal valore medio. Tali valori si localizzano, anche, in maniera simmetrica sulla curva normale (Fig. 3).

Data questa ipotesi la media e la deviazione standard della coppia di valori può essere definita. Pertanto si può ripetere diverse volte il doppio controllo della portata e si possono valutare le corrispondenti deviazioni standard. Il valore medio della deviazione standard può essere usato come approssimazione del valore di deviazione standard che si sarebbe ottenuto dalla analisi di molte misurazioni nelle medesime condizioni. Dal punto di vista teorico ciò potrebbe significare l'ipotesi di porre i due punti nel "range" di una deviazione standard e conseguentemente abbassare il livello di confidenza, dato che i punti simmetrici sono localizzati nelle immediate vicinanze del valore "reale" possibile. Tale livello, in prima approssimazione, viene abbassato dal 95 al 68%.

Ora una metodologia (TAYLOR, 1982) desunta dalla teoria degli errori suggerisce un modo di valutare l'errore globale per una quantità che sia funzione di più variabili. Ciò quando l'incertezza sulla singola variabile è valutata tramite misurazione diretta od altro.

Spesso le quantità nelle misurazioni idrologiche non possono essere valutate con una singola diretta misurazione, ma vi è bisogno di un ul-

will fall within one standard deviation is 68% and the probability that it will fall within two standard deviations is 95%. Generally the 95% confidence is used.

When the analysis is based on few data is possible to define a problem related with the level of confidence. A large number of data is rarely available and even not collected on field. In this case even a couple of data of the same quantity can represent a solution to the problem.

A streamflow measurement example is now introduced in order to clarify what has been stated above. Discharge can be checked with just two measurements.

If it is assumed that in any case the distribution of measurement values will be approximately normal (this can come from experience) these two values can be assumed to lay very close to the "true" value, represented by the mean value. They are also symmetrically placed on the normal curve (Fig. 3).

Given these assumptions the mean and the standard deviation of the couple can be evaluated. Thus discharge double checking can be repeated several times and the corresponding standard deviations can be evaluated. The mean value of the standard deviations can be used as an approximation for the standard deviation it would be obtained from many measurements in the same conditions.

Theoretically this could mean to assume the two points within one standard deviations and lower, since the two symmetric points are placed very close to the supposed "true value", the confidence level. This lower in first approximation the confidence level from 95% to 68%.

Now a methodology (TAYLOR, 1982) taken from the theory of errors suggests how to evaluate global error in a quantity function of more than one variable. This when the single variable uncertainty is evaluated from measurements or else. Often quantities in hydrologic measurements cannot be estimated in a single direct measurements but need more than one step, so the concept of how errors "propagate" must be introduced. In other words one must first estimates the uncertainties in the quantities that are measured directly and then find out how these uncertainties "propagate" through the calculations to

teriore “step” di misura, cosicché a questo punto è necessario introdurre il concetto delle modalità di propagazione dell’errore. In altre parole si deve prima stimare l’incertezza implicita nelle quantità che sono direttamente misurate, e poi ricavare la modalità con cui questa “incertezza” si propaga nelle procedure di calcolo, per terminare nel valore dell’incertezza che risulta nella risposta finale al problema che viene esaminato.

L’incertezza può propagarsi attraverso prodotti, quozienti, quantità moltiplicate per numeri esatti, potenze e, nel caso generale di una quantità funzione di una sola variabile. In linea generale la modalità di propagazione dell’incertezza può essere ricavata con due procedure che differiscono leggermente l’una dall’altra: la procedura “step by step” e la procedura “one step”. Dal punto di vista analitico la procedura “step by step” è la più rigorosa. In tale caso il calcolo viene suddiviso in una sequenza di passi (o steps), in ognuno delle quali si prevede solo una dei seguenti tipi di operazioni:

- somme e differenze;
- prodotti e quozienti e calcolo di funzioni ad una sola variabile (i.e. $\sin x$).

Se le diverse incertezze coinvolte sono indipendenti, le incertezze nella risposta finale, possono essere calcolate procedendo per passi successivi a partire dall’incertezza relativa ad una singola misurazione. In questo caso ogni singola operazione presenta una differente modalità per la valutazione dell’incertezza in essa contenuta. Ad esempio in un quoziente l’incertezza sarà nella forma di una frazione. Si ponga:

$$(x \text{ misurato}) = x_{best} \pm \delta x \quad (3)$$

l’incertezza di una quantità x, conseguentemente l’incertezza in forma di frazione sarà:

$$\frac{\delta x}{|x_{best}|}$$

Spesso l’incertezza è valutata attraverso la procedura “one step”. Ciò significa sviluppare una singola equazione generale per il calcolo dell’errore. La procedura “one step” è più facilmente applicabile ed è in grado di risolvere i problemi che sono connessi con la procedura “step by step”. Ad esempio se in una funzione una variabile appare più di una volta, la procedura “step by step” può, con le stesse probabilità, sia sottovalutare o sopravvalutare l’errore associato ad essa.

Nel caso di una quantità Q, che sia funzione di due variabili $Q = f(x, y)$, si può dire che i valori estremi probabili per x e y sono $x_{best} \pm \delta x$ e $y_{best} \pm \delta y$

E usando le derivate parziali (avendo a che fare con piccoli incrementi del valore) si può porre:

$$q(x_{best}, y_{best}) \pm \left(\left| \frac{\partial Q}{\partial x} \right| dx + \left| \frac{\partial Q}{\partial y} \right| dy \right) \quad (4)$$

Ciò significa che l’incertezza totale è:

$$\delta Q \approx \left| \frac{\partial Q}{\partial x} \right| dx + \left| \frac{\partial Q}{\partial y} \right| dy \quad (5)$$

produce an uncertainty in the final answer.

Uncertainties can propagate through products, quotients, quantity times exact number, powers and the in the general case of a quantity function of one variable. Basically how uncertainties propagate can be found by two slightly different procedures: the “step by step” and the “one step” procedure. Analytically the step by step procedure is the most rigorous. In this case the calculation is broken down into a sequence of steps each involving just one of the following types of operations:

- sums and differences;
- products and quotients and computation of a function of one variable (e.g. $\sin x$).

If the various uncertainties involved are independent, the uncertainties in the final answer can be calculated by proceeding in steps from the uncertainty in a single measurement. In this case each operation has a different way to evaluate uncertainty associated with it. For example in a quotient the uncertainty is in a fractional form.

Let be:

the uncertainty in a quantity x, then the fractional uncertainty is:

Often uncertainty is determined by the “one step” procedure. This means to develop a single general equation for error calculation. The one step procedure is more easily applicable and can overcome problems related with step by step procedure. For instance if in a function a variable appear more than once, the step by step procedure can either overestimate or underestimate the error associated with it.

In the case a quantity Q is function of two variables $Q = f(x, y)$ it can be said that the extreme probable values for x and y are $x_{best} \pm \delta x$ e $y_{best} \pm \delta y$

And using partial derivatives (dealing with small increments in values) it can be written:

This means that the total uncertainty is:

quando le incertezze sono indipendenti e casuali, esse possono essere sostituite dalla somma nella quadratura. Se la quantità Q dipende da più di due variabili si aggiunge un ulteriore termine per ogni variabile, con il risultato che la regola generale per la valutazione dell'incertezza totale può essere espressa (FERRARI, 2005) da :

$$\delta Q = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial z}\right)^2 + \dots\right]} \quad (6)$$

nella forma di frazione si ottiene:

$$\frac{\delta Q}{Q} = \left[\left(\frac{\delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\delta y}{y}\right)^2 + \left(\frac{\delta z}{z}\right)^2 + \dots\right]^{1/2} \quad (7)$$

nella (7) ogni termine è nella forma di deviazione standard cosicché quando moltiplicato per 100 diventa deviazione standard percentuale.

L'espressione (7) si interpreta come equazione somma delle radici quadrate delle incertezze.

La regola generale può essere posta anche nella forma:

$$X_Q = (X_x^2 + X_y^2 + X_z^2)^{1/2} \quad (8)$$

dove:

X_x = deviazione standard percentuale di x;

X_y = deviazione standard percentuale di y;

X_z = deviazione standard percentuale di z.

Qui l'incertezza finale è solamente una funzione di ogni singola incertezza e non appare in forma di deviazione standard percentuale. In altre parole ogni valore espresso in forma percentuale può essere inserito nella equazione.

Così se non è possibile disporre di un quantitativo sufficiente di dati allo scopo di eseguire una analisi statistica rigorosa la singola incertezza può essere valutata in maniera differente. Ad esempio introducendo un valore ricavato in base a esperienze precedenti o perfino un valore ipotizzato.

CASO STUDIO: EMERALD LAKE

Descrizione dell'area oggetto di indagine

Il bacino del lago Emerald (lago di tipo alpino) è situato all'interno del reticolo idrografico del fiume Kaweah sul versante occidentale della Sierra Nevada in California (Fig. 4). L'area del bacino è estesa per circa 120 ettari. L'altitudine varia dai 2.780 m in corrispondenza dell'emissario del lago ai 3.415 di Alta Peak (Fig. 5). Le pendenze medie sono nell'ordine del 30%, sebbene in alcuni punti i pendii siano considerevolmente più ripidi. Il bacino del lago Emerald è una sorta di ripido imbuto modellato dalla glaciazione del Pleistocene (HILL, 1975). Alle massime profondità il ghiaccio riempì il bacino per uno spessore spintosi fino a circa un centinaio di metri dalle creste spartiacque. Lo specchio d'acqua stesso è un laghetto montano formato dall'erosione glaciale di rocce fratturate lungo un giunto di stratificazione princi-

when uncertainties are independent and random can be replaced by the sum in quadrature. If the quantity Q depends on more than two variables an extra term for each extra variable is added, so the general rule to evaluate total uncertainty (FERRARI, 2005) is:

putting in term of fractional values it is obtained:

in (7) each term is in form of standard deviation so that when multiplied by 100 becomes percentage standard deviation.

Equation (7) is referred as the root sum squares equation for estimation of uncertainties.

The general rule can be stated also as:

where:

X_x = percentage standard deviation of x;

X_y = percentage standard deviation of y;

X_z = percentage standard deviation of z.

Here final uncertainty is just a function of every single uncertainty and does not appear in form of percentage standard deviation. In other words any value expressed in a percentage form can be plugged into the equation.

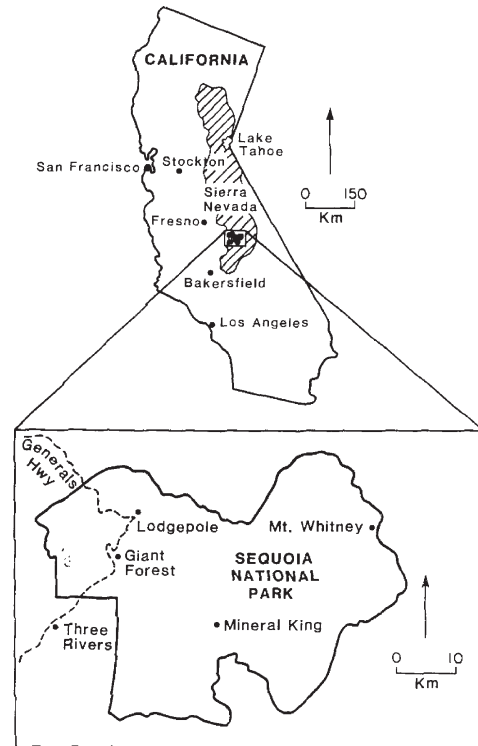
So when enough data are not available to perform a rigorous statistical analysis the single uncertainty can be evaluated in a different way. For instance a value from previous experience or even an assumed value.

CASE STUDY: EMERALD LAKE

Study area description

The Emerald lake basin is located in the Kaweah River drainage area on the western slope of the Sierra Nevada in California (Fig. 4). The area of the basin is approximately 120 hectares. Elevation range from 2,780 m at the outlet of Emerald lake to 3,415 m at Alta peak (Fig. 5). The average gradient of the basin is 30%, although some slopes in the basin are considerably steeper. The Emerald lake basin is a granitic cirque carved by Pleistocene glaciation (HILL, 1975). At maximum depth, ice filled the basin to within a hundred meters of the ridgetops. Emerald lake itself is a tarn formed by glacial quarrying of fractured rock along a master joint. Resistant rock immediately northwest of the joint was not eroded as deeply and acts as a dam, forming the small glacial lake in the depression behind it

Fig. 4 - Collocazione geografica del bacino
- Basin Location Map



pale. La roccia dura localizzata immediatamente a nord ovest della stratificazione non venne erosa in maniera così profonda, in modo tale da formare una specie di diga che contribuì a formare il piccolo lago glaciale nella depressione sottostante (BALES *et alii*, 2006).

Più di un terzo della superficie bacino è roccia nuda, quasi tutto il resto è roccia coperta da un modesto rivestimento di talus, depositi colluviali, o in generale suolo poco sviluppato. Solo il 20% del bacino è classificato come suolo. Il bacino presenta una copertura vegetazionale sia di tipo alpino che sub-alpino. L'acqua entra nel lago da 8 immissari. Cinque di questi sono considerati principali e tre minori. Il lago possiede un solo emissario.

Il bilancio di massa per un lago può essere espresso (CROWE & SCHWARTZ, 1985) da:

$$P + OR + SI - SO - E = \Delta S \quad (9)$$

dove:

- P = precipitazione sul lago;
- OR = precipitazione che raggiunge il lago attraverso il terreno;
- SI = flussi che raggiungono il lago attraverso i corsi d'acqua;
- SO = flussi che escono dal lago;
- S = variazione negli accumuli del lago.

Includendo il termine relativo all'errore il bilancio di massa può essere posto nella forma (WINTER, 1981):

$$P \pm e_p + OR \pm e_{or} + SI \pm e_{si} - SO \pm e_{so} - E \pm e_E - \Delta S \pm e_{\Delta S} = e_T \quad (10)$$

dove:

- e = termine relativo all'errore in ciascuna componente;
- e_T = errore residuo totale nell'analisi.

(BALES *et alii*, 2006).

More than one third of the basin area is exposed bedrock, and almost all of the remainder is solid rock covered by a thin mantle of talus, colluvium, or poorly developed soils. Only 20% of the basin is classified as soils. The basin includes both alpine and sub alpine vegetation. Water enters Emerald lake in eight channels. Five of these are considered major channels and three are considered minor channels. It has only one outflow.

The water mass balance for a lake can be written (CROWE & SCHWARTZ, 1985) as:

where:

- P = precipitation on lake;
- OR = overland runoff into the lake;
- SI = surface runoff into the lake;
- SO = surface flow from the lake;
- S = change in lake storage.

Including the error term the water mass balance can be rewritten (WINTER, 1981) as:

where:

- e = error term in each component;
- e_T = Total residual error in analysis.

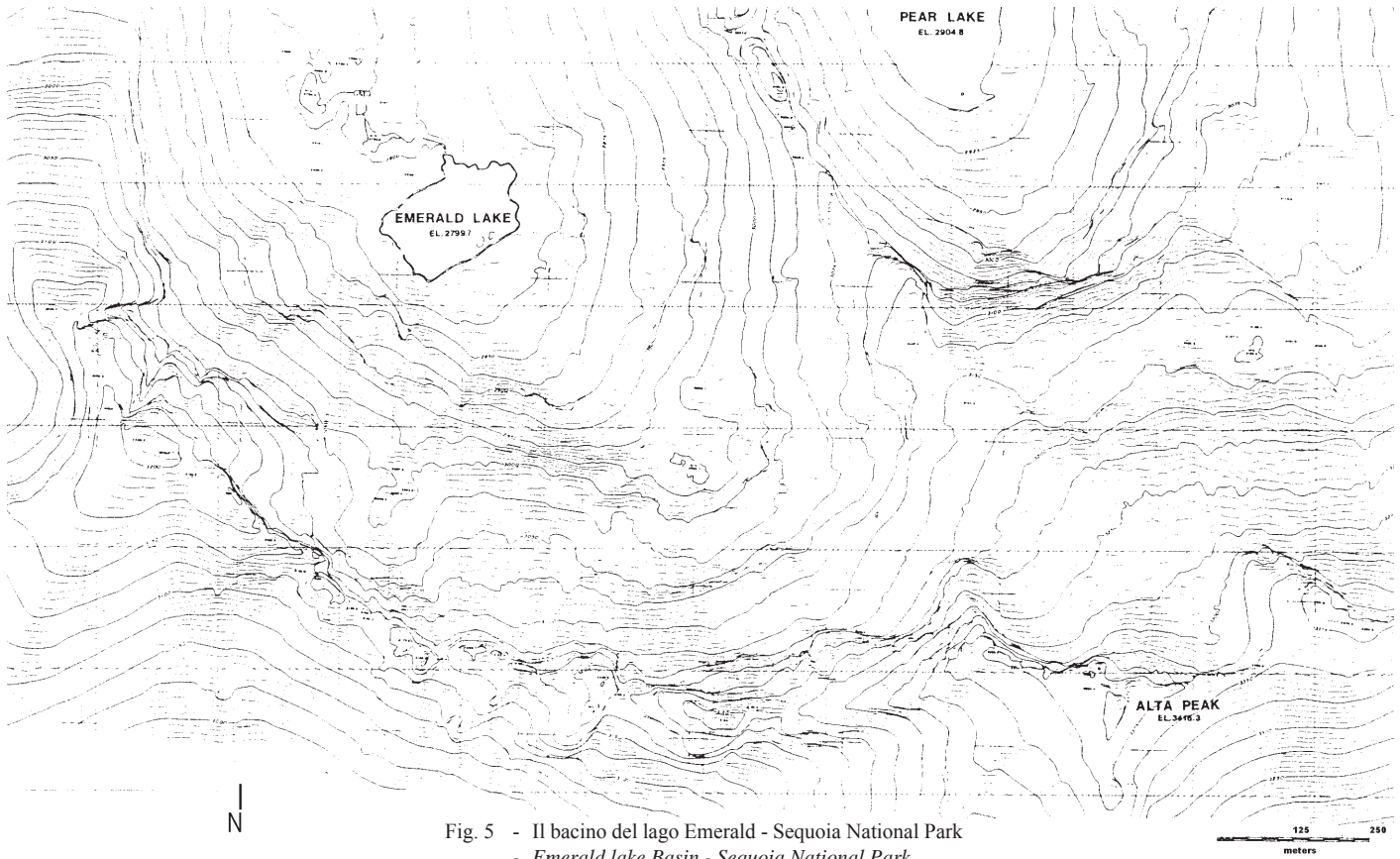


Fig. 5 - Il bacino del lago Emerald - Sequoia National Park
 - Emerald lake Basin - Sequoia National Park

Il termine dell'errore può essere sommato a dare:

$$e_p \pm e_{or} \pm e_{si} \pm e_{so} \pm e_E \pm e_{\Delta S} = \pm e_T \quad (11)$$

The error term can be summed to give:

L'errore che caratterizza il termine totale può essere definito in una forma largamente generale come:

$Var(e_T)$ = varianza di tutti i termini presenti nella parte sinistra della equazione (6 termini) + due volte la covarianza di ognuno dei termini dipendenti (15 termini). I termini relativi alla covarianza si riferiscono alla intercorrelazioni dell'errore di misurazione delle componenti, e non alla intercorrelazione tra le componenti stesse. Se la misurazione di qualsiasi due componenti è considerata indipendente, come nei casi seguenti, la covarianza, diventa zero. Il termine e è molto generale e include qualsiasi sorgente di errore che può influenzare la valutazione di una componente.

Portate dei corsi d'acqua

Nella seguente discussione i termini e_{OR} e e_p non verranno presi in considerazione. Ciò perché si riferiscono all'errore nella valutazione del "runoff" (termine relativo allo scorrimento superficiale), che è una componente molto difficile da stimare e la sua definizione si affida eccessivamente ad ipotesi soggettive e all'errore nel calcolo della precipitazione che dipende dalla disponibilità di dati sufficienti e che può, peraltro,

The error that affect the total term can be written in a very general form as:

$Var(e_T)$ = variance of all terms on left-hand side of the equations (6 terms) + two times the covariance of each of dependant terms (15 terms). The covariance terms relate the intercorrelations of the measurement error of the components, not the interrelationship of the component themselves. If the measurement of any two components are considered independent, as in the following cases, the covariance as previously introduced becomes zero. The term e is very general and include any source of error that may affect the estimate of a component.

Streamflow

In the following discussion the term e_{OR} and e_p will not be taken into consideration. This is because refers to the error in estimating runoff, which is a very difficult component to estimate and its evaluation relies too much on subjectivity; and to error in computing precipitation and depends on the availability of enough data and can be obtained from once every term is known.

essere ottenuto una volta che si conoscano i valori delle altre variabili.

Da un punto di vista statistico il temine più facile da valutare può essere considerato quello relativo al flusso dei corsi d'acqua o alle portate. Tale flusso è confinato su canali e dal punto di vista teorico la sua valutazione potrebbe dipendere solamente dalle misurazioni di portata.

Nel Lago Emerald vi sono otto immissari. Cinque di questi sono considerati principali e tre minori. I due canali principali drenano circa il 60% del bacino afferente e sono responsabili dei due terzi del flusso annuale in entrata al lago. Il lago Emerald ha un solo emissario. Il flusso nei due principali immissari e nell'emissario è stato monitorato in maniera più intensiva rispetto agli altri corsi d'acqua. La misura della portata dei corsi d'acqua di tipo alpino è particolarmente difficile a causa delle difficoltà operative su campo ed alla grande variazione del regime idraulico.

La portata nei corsi d'acqua naturali non può essere monitorata in continuazione. Così tutte le misurazioni sono state utilizzate per sviluppare una relazione livello-portata (HOOD, 2007). Ciò è stato realizzato utilizzando regressioni lineari o logaritmico-lineare (KEBEDE *et alii*, 2006). Uno dei metodi più largamente usati per valutare la portata nei corsi d'acqua naturali è il metodo area-velocità. La portata è rappresentata dall'espressione $Q = VA$

La velocità può essere ottenuta dalla equazione di Manning:

$$V = R^{2/3} S^{1/2} / n$$

ma solitamente è calcolata usando il mulinello idrometrico

In questo caso E_Q (l'errore totale per la portata) è, in prima approssimazione, funzione di due variabili o parametri (v,a)

$$E_Q = f(v,a)$$

e dato che $A = bd$

dove:

b = larghezza del corso d'acqua;

d = profondità.

From a statistical point of view the easiest term to evaluate could be considered the channelized flow or streamflow . It is confined on a channel and its estimation theoretically could depend only on the number of discharge measurements.

In Emerald lake water enters in eight channels. Five of these are considered major channel and three are considered minor channels. The two major channels drain about 60% of the basin and account for more than two thirds of annual inflow to the lake.

Emerald lake has only one outflow. Stream flow in the two main inflow and in the outflow channels was monitored more intensively than in the other channels.

Measuring stream discharge in alpine channels is a very difficult task to carry out due to difficult conditions encountered on field and the big range of flow regimes.

Discharge in a natural channel cannot be monitored continuously. So all measurements were used to develop a stage discharge relation (HOOD, 2007). This was done using either a linear or log-linear regression (KEBEDE *et alii*, 2006) . One of the most widely used methods for computing discharge in a natural channel is the velocity area method. The discharge is represented by $Q = VA$

Velocity can be obtained from the Manning equation:

but it is usually computed using the current meter.

In this case E_Q (total error in discharge) is in first approximation function of the two variables or parameter (v,a)

and since $A = bd$

where:

b = width of channel;

d = depth of channel.

$$E_Q = f(b,d,v)$$

HERSCHY (1985) suggerisce la seguente espressione per determinare l'incertezza casuale nelle misurazioni di portata effettuate con il mulinello idrometrico:

$$E_Q = \pm \sqrt{e_m^2 + 1/m(e_b^2 + e_d^2 + e_e^2 + e_p^2 + e_c^2)} \quad (12)$$

dove:

e_b = incertezza nella misura della larghezza;

e_d = incertezza nella misura della profondità;

e_m = termine addizionale inserito per ovviare all'utilizzo di un numero limitato di verticali.

e dato che

$$e_v = f(e,p,c)$$

e_c = incertezza sul tempo di esposizione necessario a minimizzare l'incertezza dovuta alle fluttuazione della portata;

e_p = incertezza dovuta al numero di punti presi sulla verticale;

e_e = incertezza nelle valutazioni del mulinello idrometrico.

HERSCHY (1985) suggests the following equation to determine the random uncertainty for measurements in discharge using current meter:

where:

e_b = uncertainty in width measurement;

e_d = uncertainty in depth measurement;

e_m = additional term allowed for using a limited amount of verticals.

and since

$$e_v = f(e,p,c)$$

e_c = uncertainty of exposure time necessary to minimize the uncertainty due to pulsation of flow;

e_p = uncertainty due to number of point taken in the vertical;

e_e = uncertainty in current meter rating.

$$E_V = f(e_e, e_n, e_c)$$

Tale approccio metodologico è stato utilizzato nel lago Emerald per un numero limitato di misurazioni e in condizioni “di campo” facili. Le condizioni del regime idraulico sono complicate in corsi d’acqua di tipo alpino ed il mulinello idrometrico può essere davvero impreciso specialmente ad alti regimi delle portate. Ciò può rendere i termini dell’errore troppo grandi. Inoltre è generalmente difficile reperire buone informazioni sulla geometria del corsi d’acqua di tipo alpino. E questo influenza i termini e_b e e_d .

Il metodo più utilizzato, per la valutazione delle portate, nel lago Emerald è stato la tecnica della diluizione salina (MOORE, 2005). Tale tecnica è stata giudicata particolarmente adatta per corsi d’acqua alpini in ambienti remoti. Il principio alla base della tecnica della diluizione è l’aggiunta di un appropriato tracciante nel flusso della corrente. A valle del punto di immissione, quando è avvenuta la effettiva dispersione nel fluido, la portata può essere calcolata in base alla valutazione del grado di diluizione del tracciante. Tale tecnica di immissione istantanea è stata utilizzata per il lago Emerald. Questo (diluizione salina) è il metodo più facile da usare per corsi d’acqua alpini ed è indipendente dalle caratteristiche geometriche e di portata del corso d’acqua (HUDSON & FRASER, 2005). Omettendo, in questa sede, le ipotesi teoriche alla base del metodo l’espressione per la portata è data da:

$$Q = C_s \frac{V_s}{\int_{t_i}^{t_f} C_{ct} - B_k dt} \tag{13}$$

dove:

- V_s = volume della soluzione salina;
- C_{ct} = conduttività del corso d’acqua;
- B_k = conduttività di “background” del corso d’acqua;
- C_s = conduttività della soluzione salina;
- t_i = tempo iniziale del passaggio dell’onda di conduttività;
- t_f = tempo finale del passaggio dell’onda.

Nel caso specifico $Et = f(e_{V_s}, e_{C_{ct}}, e_{C_s}, e_{B_k})$

Per tale espressione l’equazione dell’errore può essere rappresentata da:

$$E_Q = [e_{V_s}^2 + e_{C_{ct}}^2 + e_{C_s}^2 + e_{B_k}^2]^{1/2} \tag{14}$$

La principale sorgente di errore nelle misurazioni di portata si suppone sia correlata all’incertezza agli alti regimi idraulici. Così in un “range” di elevati valori della portata il modo migliore di minimizzare l’errore è quello di installare stramazzi o canalette. La seguente equazione fornisce una espressione per la propagazione dell’errore utilizzando stramazzi.

La portata è fornita da:

$$Q = Cbh^n$$

dove:

C = coefficiente di portata;

This approach was used in Emerald lake for a few measurements and with “easy” field conditions. Streamflow conditions are very difficult in alpine streams and the current meter can be very imprecise especially at high flows. This can make the terms too large. Beside that good informations on channel geometry are not available for alpine streams. This affects e_b and e_d terms.

The most used method in Emerald lake was the salt dilution technique (MOORE, 2005). This technique was found especially suitable for remote alpine streams. The basic principle of dilution is the addition of a suitably selected tracer to the flow. Down stream of the injection point, when dispersion throughout the flow is effected, the discharge of the flow may be calculated from the determination of the dilution of the tracer. The slug injection method was used in Emerald lake. This is the easiest method to use in remote alpine streams and moreover independent of channel geometry or discharge characteristics (HUDSON & FRASER, 2005). All assumptions on which this method is based are omitted and the expression for discharge is given by:

where:

- V_s = volume of salt solution;
- C_{ct} = channel conductivity;
- B_k = channel background conductivity;
- C_s = conductivity of the salt solution;
- t_i = initial time of conductivity wave passage;
- t_f = final time of conductivity wave passage.

Here $Et = f(e_{V_s}, e_{C_{ct}}, e_{C_s}, e_{B_k})$

For this expression the error equation can be displayed in the following form:

The main source of error in streamflow measurement is supposed to come from uncertainty in higher flow. So for the high discharge range the best way to minimise measurements errors is installing weirs or flumes. The following equation gives an expression for error propagation using weirs.

Discharge is calculated by:

$$Q = Cbh^n$$

where:

C = streamflow coefficient;

b = larghezza;
 h = quota battente;
 e l'equazione dell'errore è nella forma:

$$E_Q = \pm [e_c^2 + e_b^2 + n^2 e_{Ch}^2 + e_{B_k}^2]^{1/2} \quad (15)$$

dove:
 e_c = incertezza nel valore di coefficiente di portata;
 e_b = incertezza nella misurazione della lunghezza della cresta;
 e_h = incertezza nella misurazione del battente.
 I coefficienti per le scale delle portate sono stati ottenuti dalla regressione dell'altezza in rapporto al logaritmo della portata (HUDSON & FRASER, 2002). I coefficienti sono stati resi esponenziali per ricavare la portata come mostrato dalla seguente espressione:

$$Q = \exp(\alpha S - \beta)$$

dove:
 Q = portata calcolata;
 α = parametro per l'inclinazione del coefficiente di regressione;
 β = coefficiente "intercept" della regressione;
 S = altezza osservata.

In figura 6 è rappresentata la scala delle portate ricavata per l'immissario principale. In figura 6 è illustrato un esempio della fascia di confidenza al 95% nella forma di diagramma del logaritmo della portata per l'emissario del lago Emerald.

I dati raccolti sulla portata per il lago Emerald sono utilizzati per sviluppare i digrammi altezza - portata per i due principali immissari e l'emissario. In forma generale l'equazione per la scala delle portate si esprime nella forma:

$$Q = kh^n$$

b = length of crest;
 h = gauged head.
 Error equation is in the form:

where:
 e_c = uncertainty in the value of coefficient for discharge;
 e_b = uncertainty in the measurement of the length of the crest;
 e_h = uncertainty in the measurement of gauged head.
 Coefficients for a rating curve were obtained from a regression of stage against logged discharge (HUDSON & FRASER, 2002). These coefficients were then exponentiated to get discharge as the following equation shows:

where:
 Q = calculated discharge;
 α = slope coefficient from the regression;
 β = intercept coefficient from the regression;
 S = observed stage height.

In figure 6 it is shown the rating curve for the main inflow. In figure 7 it is illustrated an example of the 95% bands plotted as the log of discharge in the Emerald Lake outlet.

Collected discharge data in Emerald lake were used to develop a stage discharge curve for the two major inflows and the outflow. The equation for the stage discharge relation is expressed in general form as:

$$Q = kh^n$$

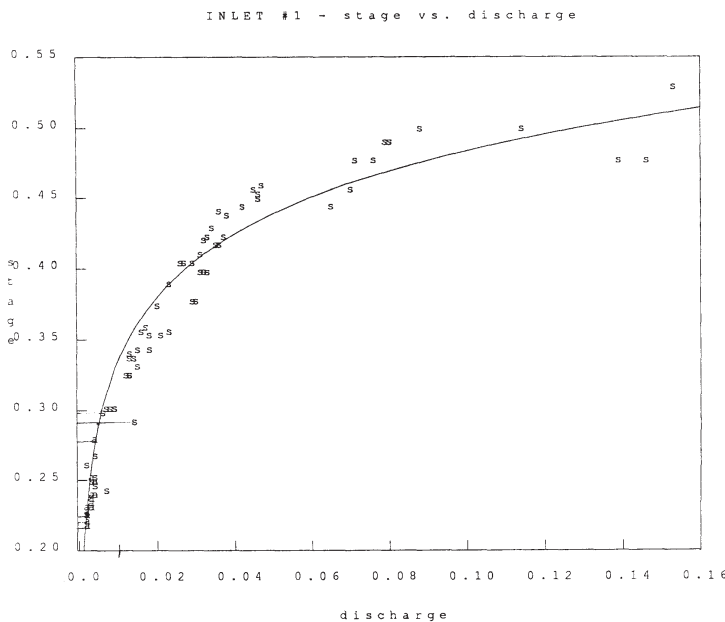
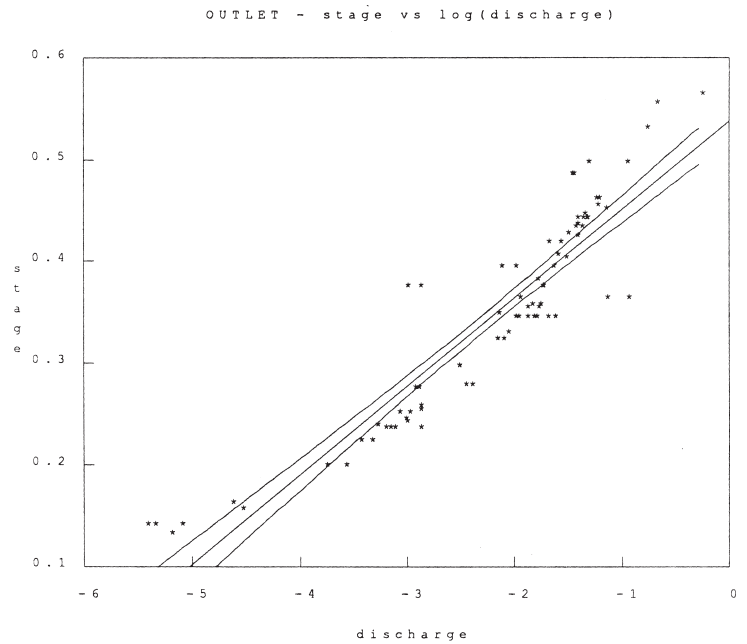


Fig. 6 - Scala delle portate (lago (Emerald - immissario principale)
 - Stage vs discharge (Emerald lake - main inflow)

Fig. 7 - Scala delle portate-trasformazione logaritmica (lago Emerald-emissario)
 - Rating curves-stage vs discharge (log-transformed) (Emerald lake-outflow)



dove k è il coefficiente e h l'altezza

Quindi si hanno le seguenti espressioni per la propagazione dell'errore $e_Q = f(e_k, e_h)$

$$E_Q = \pm [e_k^2 + n^2 e_h^2]^{1/2}$$

dove:

e_k = incertezza nel coefficiente k;

e_h = incertezza nelle registrazione del livello.

L'equazione dell'errore può essere espressa (HERSCHY, 1985) come:

$$E_Q = \pm [S_{mr}^2 + n^2 e_{h+a}^2]^{1/2} \quad (16)$$

dove:

a = livello a portata zero;

S_{mr} = incertezza nella scala delle portate;

a = il livello a portata zero;

S_{mr} = errore standard della media relativa.

L'incertezza S_{mr} può essere trovata calcolando dapprima l'errore standard di valutazione S_e

$$S_e = t \frac{\sum (\frac{Q_i - Q_c}{Q_c} 100)^2}{N - 2}$$

dove:

Q_i = portata osservata (con il metodo prescelto);

Q_c = portata assunta dalla scala delle portate corrispondente a Q' and h+a dove $Q_c = C(h+a)^n$ t= correzione del test t di Student (assunta pari a 2).

where k is the coefficiente and h is stage.

So following the rules for error propagation $e_Q = f(e_k, e_h)$

where:

e_k = uncertainty in the k coefficient;

e_h = uncertainty in stage recording.

The error equation can be expressed (HERSCHY, 1985) as:

where:

a = stage at zero flow;

S_{mr} = uncertainty in the stage-discharge relation;

a = the stage at zero flow

S_{mr} = standard error of mean relation

Uncertainty S_{mr} may be found by calculating first the standard error of estimate S_e

where:

Q_i = discharge observed (by the chosen method);

Q_c = discharge taken from rating curve corresponding to Q' and h+a where $Q_c = C(h+a)^n$ t= Student's t correction (taken as 2).

$$S_{mr} = S_e \left[1/N + \frac{[\log_e(h+a) - \log_e(h+a)^2]}{\sum [\log_e(h+a) - \log_e(h+a)^2]} \right]^{1/2} \quad (17)$$

Evaporazione

La stima dell'incertezza per l'evaporazione è un compito ancora più difficile, dato il maggior numero di parametri coinvolti. Nella valutazione dell'evaporazione si utilizza un tipo di analisi a carattere più soggettivo, affiancata all'abilità dell'analista di assumere ipotesi alla base corrette. In letteratura sono state proposte diverse metodologie per la stima dell'evaporazione. In passato è stato fatto un confronto (ANDERSEN & JOBSON, 1982) per tre diverse metodologie utilizzate per la valutazione dell'evaporazione in 30 laghi negli Stati Uniti. I metodi sono l'evaporimetro, il bilancio idrologico e il metodo del trasferimento di massa. Essi sono associati con l'errore percentuale nelle misurazioni, e sono stati comparati con due differenti modelli matematici. L'ampio spettro di risultati mostra chiaramente che una accurata stima dell'evaporazione è difficile. Il modo migliore di valutare l'evaporazione è probabilmente utilizzare una qualche espressione che contenga il maggior numero di parametri climatologici che si pongano nella più stretta possibile correlazione con le caratteristiche del bacino idrografico in esame (MORTON, 1979). Nel bacino del lago Emerald è stato realizzato un'accurato studio dei parametri climatologici (DOZIER *et alii*, 1988). Il risultato può portare ad una stima dell'evaporazione condotta con il metodo del bilancio energetico. Un'espressione per la valutazione dell'evaporazione con il metodo del bilancio energetico è:

$$E = \frac{Q_s - Q_r + Q_a - Q_{ar} - Q_{bs} + Q_v - Q_x}{L(1+R) + T_o} \quad (18)$$

where:

- Q_s = radiazione solare in entrata;
- Q_r = radiazione solare riflessa;
- Q_a = radiazione ad elevata lunghezza d'onda in entrata;
- Q_{ar} = radiazione ad elevata lunghezza d'onda riflessa;
- Q_{bs} = radiazione a lunga lunghezza d'onda per il corpo idrico;
- Q_v = energia netta convogliata nel corpo idrico;
- Q_x = aumento nell'energia immagazzinata;
- L = calore latente di vaporizzazione;
- R = rapporto di Bowen, che è l'energia trasportata dall'acqua come calore sensibile diviso il valore dell'energia utilizzata per l'evaporazione (Q_e);
- T_o = temperatura della superficie dell'acqua.

Qui l'equazione dell'errore è funzione di tutte le variabili prese in considerazione:

$$E_e = f(Q_s, Q_r, Q_a, Q_{ar}, Q_{bs}, Q_v, Q_x, L, R, T_o)$$

Così in una formulazione generale:

$$Ee = [E_{Q_s}^2 + E_{Q_r}^2 + E_{Q_a}^2 + E_{Q_{ar}}^2 + E_{Q_{bs}}^2 + E_{Q_v}^2 + E_{Q_x}^2 + E_L^2 + E_R^2 + E_{T_o}^2]^{1/2}$$

La precisione con cui ogni termine nell'equazione del bilancio energetico può essere misurato, dipende dalla perfezione della stru-

Evaporation

Estimating uncertainty in evaporation is a more difficult task since a bigger number of parameter may be involved. In estimating evaporation more subjective analysis is involved as well as the ability of the analyst to make the right theoretical assumptions. Several methods for evaporation evaluation have been proposed. In past years a comparison has been (ANDERSEN & JOBSON, 1982) made among three different methodology used to estimate evaporation for thirty lakes in the United States. The methods are pan evaporation, water budget and mass transfer. They are associated with the percentage error in measurement when compared with two different mathematical models. The wide range of results clearly show that an accurate estimation of evaporation is difficult. The best way to estimate evaporation is probably using some expression containing the biggest number of climatological parameters to relate in the best way to the characteristics of the basin (MORTON, 1979). In Emerald lake an accurate study of all climatological parameter has been conducted (DOZIER *et alii*, 1988). This can lead to estimate evaporation by the energy budget method. An equation used to calculate evaporation by the energy budget method is:

where:

- Q_s = incoming solar radiation;
- Q_r = reflected solar radiation;
- Q_a = incoming long wave radiation;
- Q_{ar} = reflected long wave radiation;
- Q_{bs} = long wave radiation from the water;
- Q_v = net energy advected into the water;
- Q_x = increase in stored energy;
- L = latent heat of vaporization;
- R = Bowen ratio, which is the energy conducted from the water as sensible heat divided by the energy used for evaporation (Q_e);
- T_o = temperature of water surface.

Here error equation is a function of all the variable taken into account:

$$E_e = f(Q_s, Q_r, Q_a, Q_{ar}, Q_{bs}, Q_v, Q_x, L, R, T_o)$$

So in a very broad formulation:

$$Ee = [E_{Q_s}^2 + E_{Q_r}^2 + E_{Q_a}^2 + E_{Q_{ar}}^2 + E_{Q_{bs}}^2 + E_{Q_v}^2 + E_{Q_x}^2 + E_L^2 + E_R^2 + E_{T_o}^2]^{1/2}$$

The precision with each term in the energy budget equation can be measured is dependent on accuracy of the equipment, competence

mentazione e dalla competenza di coloro che la utilizzano e la tarano e, inoltre dalla completezza delle registrazioni. Naturalmente se l'incertezza in qualcuno dei termini è ipotizzata insignificante, esso viene eliminato dall'equazione stessa. La evapotraspirazione potenziale è stata valutata da dati relativi all'evaporazione e utilizzando semplici algoritmi. E' stata valutata, nel caso in esame, con il metodo di Harmon, che ipotizza che la radiazione è la sola importante sorgente di energia e che il rapporto di calore latente è costante. Inoltre l'unico dato di input richiesto è la temperatura media giornaliera. Si esprime nella forma:

$$PET = 0.14 \times D^2 H \quad (20)$$

dove:

PET = evapotraspirazione potenziale (mm/giorno);

D = ore possibili di sole in unità di 12 ore;

H = umidità assoluta alla temperature media giornaliera (g/m^3).

Per il lago Emerald la stima della evapotraspirazione potenziale è stata seguita dalla valutazione della superficie totale dove l'acqua era disponibile per l'evaporazione. Ciò conduce a determinare l'evapotraspirazione reale, che è una proporzione variabile col tempo della evapotraspirazione potenziale per diversi tipi di coperture di vegetazione e suoli.

Il bacino è stato suddiviso in 6 zone in funzione della disponibilità di acqua e, naturalmente bisognerebbe considerare una piccola percentuale di incertezza nella valutazione delle superfici.

- alberi e arbusti;
- specie freatofite con continuo accesso all'acqua;
- freatofite con accesso all'acqua solo nella prima estate;
- vegetazione bassa;
- suolo privo di vegetazione;
- roccia nuda pendii e dossi.

Gli evaporimetri sono stati usati anche come indice di evapotraspirazione potenziale. Un' approccio aerodinamico sviluppato da Brutsaert è stato utilizzato per calcolare l'evaporazione dalla superficie nevosa (DOZIER *et alii*, 1988) nel lago Emerald.

Bilancio idrologico

L'estensione planimetrica del bacino afferente il lago Emerald è stata valutata tramite differenti metodologie nell'ambito dello Studio Integrato del Bacino. In conclusione, ai fini delle analisi e per il Rapporto Finale, l'area del bacino è stata fissata in 1.2 km^2 (DOZIER *et alii*, 1988). Tale area è stata ricavata dall'analisi del modello numerico del terreno.

L'equazione alla base della valutazione del bilancio idrologico è: $\text{Input} - \text{Output} - \text{Perdite} = \text{Variazione in Immagazzinamento} / \text{Variazione nel Tempo} \pm \text{Termine relativo all'Errore}$

Il bilancio idrologico del lago Emerald è rappresentato di seguito (Tab. 1).

RISULTATI

Le ricerche effettuate nel bacino del lago Emerald hanno riguardato principalmente parametri di tipo climatologico e le portate dei corsi d'acqua; un'esempio di analisi dell'errore è stato discusso intro-

of those servicing and calibrating it, and completeness of the record. Of course if uncertainty in any of the terms is assumed negligible that makes them drop out of the equation.

Potential evapotranspiration was estimated from evaporation data and a simple computational procedure. It was determined by the Harmon method, which assumes that radiation is the only important source of energy and that the ratio of latent heat is constant. Further on it requires only mean daily temperature as input. It is in the form:

where:

PET = potential evapotranspiration (mm/day);

D = possible hours of sunshine in units of 12 hours;

H = absolute humidity at the daily mean temperature (g/m^3).

In Emerald Lake estimation of potential evapotranspiration was followed by estimation of surface area where water was available for evaporation. This lead to determine actual evapotranspiration, which is a time variant proportion of the potential evapotranspiration for different types of vegetative cover and soils.

The basin was divided into 6 zones of water availability and of course you should account for a small percentage of uncertainty in areal estimation:

- trees and shrubs;
- phreatophytes with continual access to water;
- phreatophytes with access to water only in early summer;
- low vegetation;
- unvegetated soil;
- bare rock, talus and till.

Pans were also used as an index of potential evapotranspiration. An aerodynamic approach developed by Brutsaert was used to calculate evaporation from the snow surface (DOZIER *et alii*, 1988).

Water mass balance

The areal extent of the Emerald Lake drainage basin has been estimated by several methods during the Integrated Watershed Study. Eventually a basin area of 1.2 km^2 has been adopted for use in final report (DOZIER *et alii*, 1988). This area was determined from the digital elevation method.

Basic mass balance equation is:

$\text{Input} - \text{Output} - \text{Losses} = \text{Change in Storage} / \text{change in Time} \pm \text{Error Term}$

The water mass balance of Emerald lake is summarized in the following (Tab. 1).

RESULTS

Investigations in Emerald lake regarded basically the climatological parameters and the stream discharge; examples of error analysis have been discussed using simple equations.

ducendo semplici equazioni.

Il metodo suggerito è stata la procedura “one step” che è di più immediata applicazione e semplifica i calcoli. Valori delle incertezze nelle singole misurazione della portata sono stati proposti in letteratura (HERSCHY,1985), così in conseguenza con il mulinello idrometrico le misurazioni sono caratterizzate da incertezza di circa il 5% . D’altro canto tale metodo, qualora utilizzato per corsi d’acqua alpini, è risultato più impreciso. Inoltre il metodo del tracciante salino presenta incertezze dell’ordine del 4%, mentre l’incertezza associata all’uso degli stramazzi è inferiore al 5%.

In mancanza di grande quantità di dati il modo migliore di espletare una analisi dell’errore è quello di ipotizzare valori appropriati per le incertezze associate ad ogni parametro presente nella equazione che fornisce la stima delle portate. Valori ipotizzati, nel caso in esame non superiori al 2% per ogni parametro coinvolto fanno sì che i risultati concordino più che sufficientemente con quelli proposti da Herschy , che ha ricavato i valori per gli errori e le incertezze in modo sperimentale.

I dati delle portate sui corsi d’acqua nel lago Emerald sono stati utilizzati per costruire le curve delle scale delle portate. L’analisi dell’errore è stata condotta, anche per le curve delle scale della portate nelle forma della equazione (16). E’ stata riscontrata una oggettiva difficoltà nel tarare dal punto di vista empirico le curve a causa della mancanza di un significativo campione statistico su cui operare. Le equazioni delle scale delle portate, nel caso specifico, si sono dovute basare su differenti altezze dei livelli idrometrici. L’analisi dell’errore perciò dovrebbe essere eseguita per tre diversi regimi idraulici: basso, medio e alto.

I regimi bassi e medi sono probabilmente ben approssimati dalle curve della scala delle portate, ma esiste una maggior incertezza associata con gli alti regimi. Le stime della portata nei regimi più alti sono

The suggested method is the one step procedure which is more readily applicable and simplify the calculations. Values for uncertainties in single measurements of discharge have been proposed in literature (HERSCHY,1985), obtaining with current meter measurement an uncertainty of about 5%. On the other hand this method when applied in alpine streams was found to be more imprecise In addition the dilution technique shows an uncertainty of 4% and an uncertainty associated with measurements with weirs is less than 5%.

Lacking a large number of data the best way for performing an error analysis is to assume appropriate values for uncertainties for every parameter used in the equations involving discharge calculation. Assumed values not bigger than 2% for each parameter involved make the results in a fair agreement with those proposed by Herschy, who deduced the errors from experimental data .

Data for stream discharge in Emerald lake were used to determine the rating curves. Error analysis has been performed also for the rating curve in form of the equation (16) .The rating curves were difficult to fit empirically due to the lack of a really significant statistic sample to work on. The rating curves equations in this particular case had to be based on different stage heights. Error analysis therefore should be performed for three different flow regimes: low, medium and high.

The low and medium flows are probably well approximated by the rating curves but bigger uncertainty is associated with high flow. Flow estimates in the high range are suspect and the few data collected do not give the opportunity to perform error analysis. The suggestion in this case is to collect as many data as possible in the high flow making the rating curve in this range reliable. This will allow to determine uncertainty involved with this high flow in a reasonable way.

Water Balance data summary										
Monthly totals (m ³)										
Emerald Lake Watershed, Water Year 1986										
Date	Precipitation:		Evaporation:		Lake	runoff		Snowcover Volume	storage Change	outflow discharge
	snow	rain	snow	ET		melt	rain			
								4219		
Oct	64814	18750	-16118	-4250	-1748	-25729	-18750	27752	22970	19841
Nov	247563	0	-36470	0	-1291	-2992	0	235857	208103	21405
Dec	443063	0	-52281	0	0	0	0	626644	390782	17169
Jan	163625	0	-67897	0	0	0	0	722376	95728	30959
Feb	1328126	0	-42186	0	0	0	0	2008319	1285940	104397
Mar	451563	0	-55682	0	0	-2178	0	2402029	393703	43452
Apr	51000	0	-65350	-1100	0	-158837	0	2228844	-173185	107864
May	36125	0	-55830	-3100	0	-872673	0	1336472	-892374	452869
Jun	0	0	-45541	-4600	0	-791152	0	499787	-836689	718930
Jul	0	30000	-19647	-9900	0	-452866	-30000	27275	-472512	499015
Aug	0	5000	-7891	-9200	-3093	-10896	-5000	8490	-18789	150591
Sep	139188	7500	-8085	-4050	-2731	-90437	-7500	49161	40668	34873
Total	2925067	61250	-472978	-36200	-8863	-2407760	-61250	10173006	44345	2201365
		98,00%	0,02							

Tab. 1 - Bilancio di massa per il lago Emerald (Anno Idrologico 1986) - Sommario
- Emerald Lake Water Balance (Water Year 1986) - Summary

meno affidabili e i pochi dati raccolti non forniscono l'opportunità di eseguire l'analisi dell'errore. Il suggerimento, in questo caso, è quello di raccogliere il maggiore numero di dati possibile per tali livelli facendo sì che la scala delle portate in tale "range" sia affidabile. Ciò permette di valutare l'incertezza associata con gli alti regimi idraulici in una ragionevole maniera.

L'incertezza associata con il calcolo della evaporazione è stata anch'essa valutata con la procedura "one step". In tale caso alcuni termini come il rapporto di Bowen e il calore latente di vaporizzazione, sono stati ipotizzati come caratterizzati da incertezza pari a zero e perciò omessi dal calcolo. Anche in questo caso è stata calcolata l'incertezza associata con ogni singolo parametro in gioco.

I valori dell'incertezza per le singole variabili nell'ordine del 2 % portano ad un risultato globale dell'incertezza pari al 10-12%, che concorda in buona sostanza con i risultati ottenuti in precedenti studi

CONCLUSIONI

L'analisi dell'errore, come descritta nella memoria, si è dimostrata un valido aiuto nello sforzo di migliorare l'attendibilità di dati di tipo idrologico. Tuttavia la qualità dell'analisi finale dipende sulla relativa abilità dell'idrologo nel assumere le corrette ipotesi. Difatti non è possibile correggere cattive ipotesi assunte alla base tramite elaborati calcoli al computer o tramite complesse analisi statistiche.

L'analisi delle portate e dell'evaporazione ha dimostrato l'importanza della corretta scelta dei parametri coinvolti nell'equazione del bilancio di massa. Inoltre si è riproposta l'importanza di utilizzare equazioni che contengano parametri che si basano sui processi fisici, allo scopo di ottenere una migliore relazione con le scale territoriali ed i processi caratteristici del paraggio in esame.

Si è ricorso largamente valori ipotizzati per le singole incertezze (successivamente propagati), a causa della mancanza di ampi campioni statistici da analizzare, ma futuri sviluppi dell'analisi dell'errore dovranno considerare lo sforzo di rendere i set di dati più vicini al significato di campioni statistici significativi.

RINGRAZIAMENTI

L'autore desidera ringraziare John A. Dracup, Professore Emerito del Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale dell'Università di California a Berkeley, per i dati forniti nella stesura del presente articolo e, per la fruttuosa assistenza durante i soggiorni dell'autore stesso presso l'Università di California.

OPERE CITATE/REFERENCES

- ANDERSEN M.E. & JOBSON H.E. (1982) - *Comparison of techniques for estimating annual lake evaporation using climatological data*. Water Resources Research, **18**(3): 630-636, Washington, D.C.
- BALES, R. C., MOLOTCH, N. P., PAINTER T. H., DETTINGER M.D., RICE R. & DOZIER J. (2006) - *Mountain hydrology of the western United States*. Water Resources Research, **42**(1): 145-159, Washington, D.C.
- CROWE A.S. & SCHWARTZ F.W. (1985) - *Application of a lake-watershed model for the determination of water balance*. Journal of Hydrology, **81**: 1-26, Amsterdam, Holland.
- DOZIER J., MELACK J.M., MARKS D., ELDER K., KATTELMAN R. & WILLIAMS M., (1988) - *Snow Deposition, Melt, Runoff, and Chemistry in a small Alpine Watershed, Emerald Lake Basin, Sequoia National Park, Final Report*: Volume I and II. , Final Report Submitted to California Air Resource Board, Santa Barbara, CA.

Uncertainty for evaporation estimation was also performed with the one step procedure. In this case some terms as the Bowen ratio and latent heat of vaporization were assumed to have zero uncertainty and thus neglected. The uncertainty associated with every single parameter had to be estimated also in this case.

Assuming values for uncertainties for every single parameters of the order of 2% makes a total uncertainty of 10/12%. This is in a good agreement with the values obtained in previous investigations

CONCLUSIONS

The error analysis described in this paper has shown to be a valuable aid in improving hydrologic data. However the final analysis quality depends on the hydrologist ability to make the right assumptions. In fact no computer processing or elaborated statistical analysis will correct bad theoretically assumptions.

The analysis on stream flow and evaporation has exhibited the importance of the right choice of the parameters involved in the mass balance equation. Further on it is stated the importance of using equations based on physical processes parameters in order to obtain a better relation with the particular scale and land processes

Single uncertainties (further on "propagated"), since missing large statistical sample to work with, have been assumed, but future work on error analysis will involve the search for rendering data sets closer to the meaning of a significant statistical sample.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to thank Prof. John A. Dracup, Emeritus Professor of the Civil and Environmental Engineering Department of the University of California at Berkeley for the data used in this paper and, for the successful assistance during the author's stays at the University of California.

- FERRARI D. (2005) - *Qualità nella misurazione. Introduzione alla metrologia e guida applicativa*. Franco Angeli, Italia.
- HERSCHY R.W. (1985) – *Streamflow measurements*. Elsevier London, United Kingdom.
- HILL M. (1975) - *Geology of the Sierra Nevada*. University of California Press, Berkeley, CA.
- HOOD J.L. (2007) - *A water balance of an alpine catchment: Lake O'hara, Yoho National Park, Canada*. Geological Society of America, Annual meeting, Denver, CO.
- HUDSON R. & FRASER J. (2002) - *Alternative methods of flow rating in small coastal streams*. B.C. Ministry of Forests Vancouver Forest Region, Nanaimo.
- HUDSON R. & FRASER J. (2005) - *Introduction to salt dilution gauging for streamflow measurements. Part IV: The mass balance (or dry injection) method*. Watershed management Bulletin, **120**: 128-145, Kamloops, BC.
- MORTON F.I. (1979) - *Climatological estimates of lake evaporation*. Water Resources Research, **15**(1): 64-76, Washington, D.C.
- MOORE R.D. (2005) – *Slug injection using salt solution*. Watershed Management Bulletin, **8**(2): 2-20, Forrester, British Columbia, Canada.
- KEBEDE S., TRAVI Y., ALEMAYEHU T. & MARC V. (2006) - *Water balance of lake Tana and its sensitivity to fluctuations in rainfall*, Blue Nile Basin, Ethiopia. Journal of Hydrology, **316**: 233-247, Amsterdam, Holland.
- RICE J.A. (1988) - *Mathematical Statistics and Data Analysis*. Wadsworth & Brooks Pacific, Grove, CA.
- SCHERTZER W.M., BENNETT E.B. & CHIOCCIO F. (1979) - *Water balance estimate for Georgian Bay in 1974*. Water Resources Research, **15**(1): 77-84, Washington, D.C.
- TAYLOR J.R. (1982) - *An introduction to Error Analysis The study of uncertainties in physical measurements*. University Science Book, Mill Valley, CA.
- WINTER T.C. (1981) - *Uncertainties in estimating the water balance of lakes*. Water Resources Bulletin, **17**(1): 82-115, Middleburg, VA.

Received October 2008 - Accepted September 2009