Analisi e programmazione dei costi nella banca

Nel presente articolo ci si propone di derivare la programmazione dei costi da un metodo articolato di analisi che è applicato da alcune grandi banche americane. L'argomentazione è essenzialmente matematica, ma sarà condotta in forma letteraria fino a che il ricorso alla matematica non sarà considerato necessario. Nella seconda parte dell'articolo il ragionamento sarà tradotto in termini matematici e sarà esteso ad alcuni aspetti della programmazione dei costi.

1. – L'analisi dei costi qui descritta comprende due operazioni fondamentali: 1) imputazione dei costi diretti e generali alle sezioni ed agli uffici della banca, ad esempio Crediti, Depositi, Amministrazione Fiduciaria (servizi per società per azioni, servizio cedole, custodia, investimenti ecc.), Estero e Merci (crediti commerciali, incasso documenti ecc.), Filiali, Ispettorato, Ragioneria Generale, Centri Contabili, Ufficio Studi, Ufficio Personale, Telefono ecc., e 2) calcolo del costo unitario di ciascuna funzione della banca (crediti commerciali, credito al consumatore, conti correnti, lettere di credito, incasso documenti, rimesse, ecc.).

1) L'imputazione dei costi comporta due calcoli:

a) l'imputazione delle spese dirette di ciascun ufficio, e (*b*) la distribuzione delle spese generali ed il calcolo dei costi netti, o finali, di ciascun ufficio. (*a*) Il primo calcolo è piuttosto semplice: ad esempio, la distribuzione fra gli uffici delle spese sostenute per loro conto da un ufficio centrale di acquisti. (*b*) Il secondo calcolo è invece molto laborioso e per questo motivo pochi istituti effettuano un'analisi dettagliata della distribuzione dei costi. Ciò è dovuto al fatto che generalmente ciascun ufficio addebita ad altri uffici spese da esso sostenute per loro conto, e di conseguenza a questo stesso ufficio vengono addebitate spese da altri uffici. Tale relazione di reciproci addebiti fra gli uffici è descritta da un sistema di equazioni che definiscono il costo «totale» per ciascun ufficio come uguale al costo diretto più le spese addebitate allo stesso ufficio dagli altri. Il costo netto, o finale, è semplicemente quella percentuale del costo totale che ciascun ufficio non addebita agli altri. Il calcolo è complesso perchè per trovare i costi totali bisogna risolvere tale sistema di equazioni (lineari). Esso richiede circa 1000 ore-lavoro — l'aiuto di calcolatrici da tavolo — per una banca con 150 uffici, e può anche richiedere maggior numero di ore-lavoro se gli addebiti fra gli uffici sono particolarmente numerosi. Naturalmente la complessità dei calcoli aumenta più che in proporzione al numero degli uffici. Vi sono metodi meccanici per effettuare i calcoli più speditamente: uno impiega macchine a schede perforate, un altro usa una grande calcolatrice elettronica che dà la soluzione in pochi minuti.

Per illustrare il calcolo dei costi totali e netti, consideriamo tre uffici, i costi iniziali dei quali sono 100, 200 e 300. Il primo ufficio addebita il 40% ed il 60% del suo costo totale rispettivamente al secondo ed al terzo ufficio; il secondo ufficio addebita il 10% del suo costo totale ad ambedue gli altri; il terzo ufficio addebita il 20% ed il 30% del suo costo totale al primo ed al secondo ufficio. Indicando con x^0 il costo totale del primo ufficio e così via, scriviamo le suddette equazioni come segue:

$$
\begin{array}{lll}
\text{Ufficio I} & x_1 = 100 + 0{,}1\ x_2 + 0{,}2\ x_3 \\
\text{» II} & x_2 = 200 + 0{,}4\ x_1 + 0{,}3\ x_3 \\
\text{» III} & x_3 = 300 + 0{,}6\ x_1 + 0{,}1\ x_2
\end{array}
$$

Il lettore può verificare facilmente che la soluzione per i costi totali è:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= 242{,}35 \\
x_2 &= 443{,}88 \\
x_3 &= 489{,}80
\end{aligned}
$$

I costi netti saranno dati da:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Ufficio I} & (1 - 0{,}4 - 0{,}6)\ 242{,}35 = 0 \\
\text{» II} & (1 - 0{,}1 - 0{,}1)\ 443{,}88 = 355{,}10 \\
\text{» III} & (1 - 0{,}2 - 0{,}3)\ 489{,}80 = 244{,}90
\end{array}
$$

Il primo ufficio che addebita tutte le proprie spese agli altri è un ufficio di puri «servizi».

2) Il calcolo del costo unitario di ciascuna funzione viene fatto suddividendo il costo netto di ciascun ufficio fra le funzioni di quell'ufficio, e dividendo il costo totale di ciascuna funzione, così ottenuto, per il volume di lavoro di quella funzione. Soltanto gli uffici esecutivi — p. es. Crediti, Conti Correnti, Investimenti, Amministrazione Fiduciaria, Estero e Merci, Filiali ecc. — hanno costi netti, perchè i «servizi» — p. es. Ragioneria Generale, Centri Contabili, Sviluppo, Ufficio Studi, Personale, Ufficio Acquisti, Postale ecc. — addebitano tutte le loro spese agli altri uffici. Il numero di uffici esecutivi — e perciò di costi netti — è di solito molto inferiore al numero totale di uffici, e perciò di costi totali. Inoltre, generalmente il numero di funzioni è più piccolo del numero di uffici esecutivi. Perciò, mentre la stima delle percentuali dei costi netti che vengono imputate a ciascuna funzione può comportare laboriose rilevazioni delle attività degli uffici, il numero di tali percentuali generalmente non è grande, ed il calcolo dei costi unitari è piuttosto semplice.

Per esempio, immaginiamo che vi siano in una banca cinque uffici esecutivi — Crediti Commerciali, Crediti al Consumatore, Depositi, Filiale I, Filiale II — che hanno in un dato anno i seguenti costi netti: 250, 100, 150, 200, 50. La banca ha tre funzioni: crediti commerciali, crediti personali, conti correnti. Il primo, secondo e terzo ufficio imputano tutte le loro spese rispettivamente alla prima, seconda e terza funzione. Il quarto ufficio imputa rispettivamente 33%, 27%, 40% delle sue spese alle funzioni; il quinto ufficio imputa 30%, 20%, 50%. La distribuzione totale dei costi netti fra le funzioni sarà data da:

$$
\begin{array}{llllllll}
 & & \text{Ufficio} & \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \\
\text{Funzione} & \text{I} & 331 = & 1{,}00\,(250) + & 0\ \ (100) + & 0\ \ (150) + & 0{,}33\,(200) + & 0{,}30\,(50) \\
\text{,,} & \text{II} & 164 = & 0\ \ (250) + & 1{,}00\,(100) + & 0\ \ (150) + & 0{,}27\,(200) + & 0{,}20\,(50) \\
\text{,,} & \text{III} & 255 = & 0\ \ (250) + & 0\ \ (100) + & 1{,}00\,(150) + & 0{,}40\,(200) + & 0{,}50\,(50)
\end{array}
$$

I costi totali delle funzioni sono 331, 164, 255. Per ottenere i costi unitari, si divide il costo totale di ciascuna funzione per il numero di operazioni di quella funzione nello stesso periodo di tempo.

2. – Il metodo di programmazione dei costi che sarà qui descritto mira a derivare le relazioni fra i costi netti degli uffici ed i volumi di lavoro delle funzioni delle banca dalle relazioni fra i costi di queste funzioni ed i costi netti degli uffici. Ciò è spiegato a pag. 272 della sezione matematica. In generale queste relazioni sono così complicate da economie di produzione in massa, da vari gradi di utilizzazione di grandi unità minime di alcuni fattori, da fattori limitativi e da complementarità di funzioni che possiamo solo determinare con ciascuna osservazione un punto delle suddette relazioni. Molte osservazioni in punti differenti ci darebbero quindi una descrizione approssimativa di queste relazioni in modo simile al gioco di disegnare una figura collegando con linee punti numerati. Nell'analisi, invece di collegare punti come nel gioco, si adattano ai punti linee rette con un procedimento statistico. Le rette così ottenute rendono possibile anche l'estrapolazione dei dati, cioè descrivono le relazioni in regioni intorno ai punti osservati. Il procedimento statistico è spiegato a pag. 272.

Più precisamente, lo scopo di questo metodo di programmazione dei costi è di derivare i rapporti dei costi netti con il volume di lavoro di ciascuna funzione, e, almeno teoricamente, di derivare l'intera tecnologia che è alla base almeno in un certo intervallo di queste relazioni, dai risultati del calcolo dei costi unitari, cioè dai rapporti dei costi totali delle funzioni con i costi netti. In generale questi ultimi rapporti variano con il variare dei volumi di lavoro a causa di economie di produzione in massa, di fattori limitativi ecc. già menzionati. Di conseguenza generalmente variano anche i primi rapporti. Le relazioni di questi rapporti con i volumi di attività si rendono approssimate adattando linee di regressione ai punti osservati con noto metodo statistico dei minimi quadrati.

La struttura di queste relazioni è data da condizioni tècniche. Può essere quindi utile, per comprendere meglio i risultati, associare i rapporti fra costi netti e volumi di lavoro con certi metodi di produzione. In molti casi un esperto della banca non ha difficoltà ad identificare tali metodi. In altri è necessaria un'analisi dettagliata. È superfluo osservare che quanto più vasta la tecnologia — cioè il complesso di possibili metodi — e quanto più frequenti sono combinazioni di metodi e complementarità, tante più informazioni sono necessarie dall'analisi per la programmazione dei costi. L'analisi dei costi dà maggiori informazioni quando è fatta ad intervalli di tempo relativamente brevi e quando i volumi di lavoro della banca hanno forti variazioni.

Alcuni esempi delle condizioni tecniche che determinano la struttura delle relazioni dei costi chiariranno questo punto. Un esempio di economie di produzione in massa può trovarsi nel fatto che operazioni centralizzate sono di solito più economiche delle operazioni effettuate dalle filiali. Inoltre, un aumento dell'attività di un ufficio relativamente ad alcune funzioni potrebbe rendere possibile un impiego più efficiente dei fattori fissi a sua disposizione e conseguentemente ridurre i costi di altre funzioni dell'ufficio. Un impianto a schede perforate è chiaramente un fattore di una grande unità minima : quando il volume di attività di una banca raggiunge il livello al quale conviene installare tale impianto, questa nuova tecnica in generale ridurrà i costi unitari per livelli di attività superiori a tale livello minimo. Al contrario, fattori limitativi — come spazio dei locali, o la disponibilità di impiegati preparati ed esperti — causeranno un aumento dei costi unitari per volumi di attività superiori a certi livelli. I fattori limitativi illustrano anche la possibilità che più di un metodo di lavoro sia applicato contemporaneamente alla stessa funzione. Per esempio, se si conoscono due metodi, uno dei quali è più economico agli attuali stipendi e prezzi ma impiega quantità così grandi di un fattore limitativo — del quale è disponibile una certa quantità massima — che un dato livello di attività non può venire raggiunto, converrà usare questo metodo assieme a quello meno economico che tuttavia impiega una quantità proporzionatamente più piccola del fattore limitativo.

Le relazioni fra i costi netti degli uffici ed i livelli di attività delle funzioni — ricostruite dalle analisi dei costi, od « osservazioni », in un periodo di molti anni, con la procedura già spiegata — possono essere utilizzate per diversi scopi, fra i quali menzioniamo : 1) la programmazione o previsione dei costi netti degli uffici e dei costi unitari delle funzioni per differenti livelli di attività ; 2) il controllo di variazioni nell'efficienza degli uffici sia attualmente che in passato, corrispondenti a cambiamenti nei volumi di lavoro.

Una complicazione dell'analisi è data da variazioni in stipendi, prezzi di beni e servizi ed affitti pagati dalla banca. Occorre distinguere qui fra effetti diretti ed indiretti di queste variazioni. L'effetto diretto è semplicemente quella variazione delle spese degli uffici che è provocata da variazioni in stipendi e prezzi nell'ipotesi che dopo queste variazioni gli uffici impieghino le stesse quantità di prima, delle diverse categorie di lavoro impiegatizio e di beni. Naturalmente tale ipotesi è molto restrittiva. Infatti, se alla stessa funzione si può applicare più di un metodo di lavoro, i quali impiegano differenti proporzioni di categorie di impiegati, beni e servizi, può accadere che un aumento di stipendi e prezzi di certe categorie di impiegati e certi fattori (p. es. stipendi di contabili) usati largamente dal metodo, o combinazione di metodi, usato attualmente (p. es. contabilità a mezzo di calcolatrici a mano) renda questi metodi meno economici di altri (p. es. contabilità con macchine semi-automatiche) che impiegano maggiori quantità di fattori che sono diventati ora relativamente meno costosi (p. es. impianto a schede perforate). Conseguentemente, per continuare ad operare nel modo più efficiente la banca dovrebbe adottare i metodi che sono diventati più economici. Le variazioni nelle spese degli uffici causate da questi cambiamenti tecnici rappresentano gli effetti indiretti delle variazioni in stipendi e prezzi. Ambedue gli effetti di queste variazioni devono essere misurati per porre in luce le relazioni fra costi netti e livelli di attività sulle quali è basata la nostra programmazione dei costi. Un'espressione matematica per questi effetti ed un metodo per misurarli saranno esposti a pag. 273.

3. – Nella trattazione matematica adottiamo la notazione delle matrici per semplicità di espressione. Una lettera maiuscola indica una matrice ed una lettera minuscola rappresenta un vettore

verticale (o matrice di una colonna). Una lettera minuscola con un indice sottoscritto indica un termine di una matrice od un componente di un vettore.

I costi totali lordi degli uffici, v, sono dati dalla espressione.

$$u = E\,v$$

dove u sono i costi diretti o iniziali degli uffici ed E è la matrice delle percentuali dei costi totali lordi addebitate da ciascun ufficio agli altri.

$$E = \left[\begin{array}{cc:c} 1 & -e_{12} & -e_{1n} \\ -e_{21} & 1 & -e_{2n} \\ \hline -e_{n1} & -e_{n2} & 1 \end{array}\right]$$

La soluzione per i costi totali lordi, v, è naturalmente :

$$v = E^{-1}\,u$$

E ha la proprietà che $e_{ij} \geq 0$ e $1 - \sum_{i \neq j} e_{ij} \geq 0$.

Queste proprietà assicurano una soluzione per $v > 0$. I costi netti sono dati da :

$$y_i = (1 - \sum_{i \neq j} e_{ii})\, v_j \geq 0.$$

L'uguaglianza si applica ai servizi, la disuguaglianza ai servizi esecutivi.

Il costo di ciascuna funzione della banca (prestiti commerciali, conti correnti ecc.) viene derivato dai costi netti degli uffici con una trasformazione lineare

$$z = B\,y$$

z è di dimensioni più piccole di y ; B è quindi di solito una matrice rettangolare con più colonne che righe.

4. – Questa è soltanto una formulazione dell'analisi dei costi, quale è applicata da alcune grandi banche. Il metodo di programmazione dei costi qui esposto ha lo scopo di derivare la matrice dei rapporti (costanti o variabili) di y con i livelli di attività delle funzioni della banca, dalla matrice B osservata per diversi livelli di attività in tempi diversi. In generale la matrice B varia con i volumi di lavoro, cioè $B = B\,(x)$, perchè ciascun ufficio imputa percentuali diverse delle proprie spese alle varie funzioni, a seconda dei volumi di lavoro delle funzioni. Un'osservazione della matrice B presumibilmente definisce un punto efficiente nella « funzione di produzione », a dati stipendi e prezzi. Diverse osservazioni a differenti livelli di attività, definendo altrettanti distinti punti efficienti nella « funzione di produzione », aiutano a ricostruirla con un'approssimazione più o meno buona.

Il metodo proposto in questo articolo per tale interpolazione attribuisce al modello una certa elasticità che gli permette di adattarsi meglio alle relazioni reali e di sfruttare pienamente un numero solitamente piccolo di osservazioni che spesso, inoltre, contengono errori di rilevazione. Infatti le osservazioni sono di solito poche perchè vengono effettuate una volta all'anno e le serie in esame non dovrebbero essere tanto lunghe da includere importanti cambiamenti nei metodi di lavoro applicati. Inoltre la matrice B viene dedotta con analisi dettagliate, o stimata in base all'esperienza, conoscenza delle operazioni ecc. con un inevitabile margine d'errore.

In una ragionevole approssimazione possiamo assumere che i livelli di attività delle funzioni della banca siano variabili (nota 2) indipendenti. Appare chiaro quindi che le spese degli uffici — che riflettono i loro volumi di lavoro — non possono variare liberamente. Le variazioni nelle spese degli uffici sono ristrette ad un sottospazio di al massimo le stesse dimensioni dello spazio delle funzioni — che generalmente sono meno. I costi netti degli uffici sono associati ai livelli di attività delle funzioni dalle tecniche di produzione della banca. Queste tecniche — o metodi — sono vettori costanti, perchè, se si prendono in considerazione tutti i fattori che concorrono a produrre una funzione con una certa tecnica, un aumento proporzionale delle quantità impiegate di questi fattori dovrebbe produrre un aumento proporzionale del livello di attività della funzione. Naturalmente combinazioni variabili di queste tecniche rendono possibili variazioni nelle proporzioni fra le quantità

(2) In realtà essi dipendono in parte dalle spese effettuate in passato per migliorare l'inserimento della banca (in pubblicità, attività di sviluppo, ecc.). In un'analisi più raffinata tali spese dovrebbero essere trattate come variabili indipendenti ; le relazioni fra le spese sostenute in passato ed i presunti livelli di attività sarebbero date dalle caratteristiche del mercato. La costruzione teorica non offre particolari difficoltà. Tuttavia le sue applicazioni rappresentano un'importante estensione dei limiti dell'analisi, perchè comportano (1) identificazione di tali spese, e (2) analisi di mercato.

dei fattori. Tali combinazioni descrivono economie esterne, grandi unità minime di un fattore, fattori limitativi ecc., già esaminati.

1) Facciamo ora l'ipotesi che i metodi di produzione applicati ed anche stipendi e prezzi non varino sensibilmente. Indicando con x i livelli di attività delle funzioni, in una prima approssimazione possiamo quindi esprimere i costi netti degli uffici — che sono proporzionali ai volumi di lavoro degli uffici a stipendi e prezzi costanti — come funzioni lineari di x, cioè

$$y = A\,x$$

I costi totali delle funzioni, z, non appaiono esplicitamente perchè sono dati semplicemente dalle equazioni

$$z_i = \sum_j a_{ji}\,x_i$$

I termini $\sum_j a_{ji}$ sono naturalmente i costi unitari di x_i. Se le matrici A fossero costanti, questi termini sarebbero pure costanti, ma tale ipotesi imporrebbe sull'analisi una restrizione troppo forte. Inoltre, appare dalle formule seguenti che se A è costante tale è anche B. Tuttavia, nella maggior parte dei casi B è variabile. Pertanto in una migliore approssimazione si può esprimere A come una funzione lineare di x, perchè la combinazione di tecniche applicate dipenderà dai livelli di attività.

Abbiamo quindi

$$z = B\,(x)\,y\,; \quad y = A\,(x)\,x\,; \quad z_i = \sum_j a_{ji}\,(x)\,x_i$$

Conseguentemente

$$z = BAx = Cx, \text{ e } BA = C,$$

dove

$$C = \left[\begin{array}{cc|c} \sum_j a_{ji} & 0 & 0 \\ 0 & \sum_j a_{j2} & 0 \\ \hline 0 & 0 & \sum_j a_{jn} \end{array}\right] = \left[\frac{Z_i}{X_i}\right].$$

Vogliamo trovare A. È possibile risolvere $BA = C$ per A soltanto se dà un numero di equazioni indipendenti uguale al numero dei termini in A. Ciò avviene in generale soltanto se queste matrici sono non singolari, se cioè i costi degli uffici sono sommati in tanti gruppi quante sono le funzioni della banca. Il criterio da seguirsi in questo raggruppamento dipende dalle particolari caratteristiche e dai fini dell'analisi. Per esempio, non si raggrupperanno insieme i costi degli uffici che si vogliono analizzare particolarmente, o può essere adottato nel raggruppamento un criterio geografico, ecc. Ciò impone naturalmente una severa limitazione all'analisi, che però può essere attenuata da un adeguato criterio di raggruppamento. Usando la notazione con una sbarra per denotare gli stessi termini dopo questa trasformazione, l'aggregazione dei costi di tre uffici — per esempio — sarà data da

$$\bar{y}_i = y_r + y_s + y_t,$$

$$\bar{b}_i = \frac{b_r\,y_r + b_s\,y_s + b_t\,y_t}{y_r + y_s + y_t},$$

essendo $\bar{b}_i$ la colonna i della matrice $\bar{B}$ che moltiplica $\bar{y}_i$. Quindi

$$z = By = \overline{By},\ \bar{y} = \bar{A}\,x,\ Z_j = \sum_j \bar{a}_{ij}\,x_j,$$

$$\text{e } \bar{A} = \bar{B}^{-1}\,C = \bar{B}^{-1}\left[\frac{Z_i}{x_i}\right].$$

Il calcolo dell'inverso di $\bar{B}$ è molto più semplice del calcolo dell'inverso di E — per la soluzione dei costi totali — perchè $\bar{B}$ è di dimensioni molto più piccole. Si dovrà calcolare $\bar{A}$ per ciascuna osservazione.

Per ottenere un'approssimazione statistica ad $\bar{A}\,(x)$ — basata sull'ipotesi di deviazioni stocastiche, che appare ragionevole — si calcola con il metodo dei minimi quadrati una linea di regressione per ciascun termine di A rispetto a x. È consigliabile scegliere soltanto gli x_i da cui ciascun termine di A può ragionevolmente dipendere, non soltanto per risparmiare lavoro, ma anche per ottenere un'approssimazione migliore, perchè l'attendibilità dei risultati dipende dal numero di gradi di libertà, che è uguale al numero delle osservazioni meno il numero dei coefficienti di regressione In caso di incertezza sugli x_i da cui dipende un particolare termine di $\bar{A}$, potrebbe essere utile calcolare un'equazione di regressione di questo termine rispetto a diversi gruppi di x_i, e confrontare i gruppi di coefficienti di regressione così ottenuti.

Per ciascun periodo di tecniche costanti si avrà un risultato della forma

$$\bar{A}\,(x) = \bar{\bar{A}}_0 + \bar{\bar{A}}_1 x_1 + \bar{\bar{A}}_2 x_2 + \ldots + \bar{\bar{A}}_n x_n$$

in cui gli $\bar{\bar{A}}$ sono matrici di rango uguale o minore di $\bar{A}$. Si possono applicare ben noti metodi per determinare il livello di probabilità al quale i coefficienti di $\bar{A}\,(x)$ sono significativi.

$\bar{A}\,(x)$ dà la programmazione dei costi dei vari uffici e gruppi di uffici e dei costi delle funzioni per ogni volume di lavori della banca, almeno entro un certo intervallo. Non dà però la previsione del costo di un singolo ufficio se questo costo è stato sommato ad altri per il computo di $\bar{A}\,(x)$. Se tale previsione è necessaria, si può ottenere approssimativamente supplendo le informazioni date da $\bar{A}\,(x)$ con una linea di regressione statistica dei costi degli uffici nel gruppo in questione, y, rispetto alle funzioni della banca, x. D'altra parte, sarebbe un procedimento più rigoroso quello di ripetere il calcolo di $\bar{A}$, raggruppando nuovamente gli uffici in modo da isolare quelli per i quali si ha un interesse specifico. Ovviamente se si ripetesse il calcolo di $\bar{A}$ in questo modo una o due volte, si potrebbe ricostruire l'intera matrice originale $A\,(x)$.

2) Le spese di un ufficio possono variare perchè cambiano i metodi di lavoro applicati ed anche stipendi e prezzi, oltre ai volumi di lavoro. Se in un dato tempo i metodi di lavoro — o tecniche — della banca subiscono importanti variazioni, per esempio perchè cambia la tecnologia, si dovrebbero effettuare le applicazioni statistiche separatamente per i periodi prima e dopo tali variazioni. Un confronto dei risultati per i due periodi può aiutare a determinare gli effetti di variazioni tecniche sui costi.

Mutamenti di stipendi e prezzi, se sono notevoli e non proporzionali, potrebbero rendere tecniche non o scarsamente applicate più economiche delle altre, provocando una sostituzione delle tecniche usate. Pertanto tali mutamenti, oltre ad influenzare i costi direttamente perchè stipendi e prezzi formano i costi, possono avere un effetto indiretto sui costi modificando le proporzioni delle tecniche applicate. Per esempio, come notammo dianzi, se gli stipendi di esperti impiegati d'ordine dovessero aumentare di una forte percentuale, potrebbe diventare più economica l'introduzione di nuovi metodi di lavoro, come la sostituzione di macchine contabili con impiegati meno abili e preparati al posto di esperti contabili ecc. in alcuni uffici.

Naturalmente è essenziale per l'analisi dei costi distinguere fra variazioni dei costi netti causate da cambiamenti nei livelli di attività e da mutamenti di stipendi e prezzi. Se stipendi e prezzi variano proporzionalmente, i costi netti variano nella stessa proporzione, *coeteris paribus*. Tuttavia generalmente nel calcolo dei costi netti è necessario tenere separati cambiamenti dei costi iniziali causati da mutamenti di stipendi e prezzi. Possiamo quindi scrivere la relazione dei costi iniziali con i costi totali come segue:

$$u = u' + u'' = Ev = E\,(v' + v'')$$

$$u' = E\,v', \quad u'' = E\,v''$$

in cui il segno secondo indica gli effetti diretti di variazioni di stipendi e prezzi sui costi, rispetto ad un punto di tempo preso come base, $t = 0$, ed il segno primo indica la differenza fra i costi e gli effetti diretti. La soluzione per i costi totali è

$$v = E^{-1}\,u, \quad v' = E^{-1}\,u', \quad v'' = E^{-1}\,u''.$$

Una volta che E^{-1} è stato calcolato, non occorono molti calcoli per trovare v' e v'' oltre a v. I costi netti sono poi dati dalle semplici espressioni

$$y_j = \Big(1 - \sum_{i \neq j} e_{ij}\Big)\,v_j \geq 0$$

$$y'_j = \Big(1 - \sum_{i \neq j} e_{ij}\Big)\,v'_j \geq 0$$

$$y''_j = \Big(1 - \sum_{i \neq j} e_{ij}\Big)\,v''_j \geq 0$$

Si calcolano le relazioni statistiche $A\,(x)$ fra y' e x cioè fra costi netti, dopo che sono stati eliminati gli effetti diretti di variazioni in stipendi e prezzi, ed i livelli di attività.

Se si presentano ad un certo momento importanti effetti indiretti di variazioni in stipendi e prezzi — cioè cambiamenti tecnici — essi dovrebbero essere trattati come i cambiamenti tecnici prodotti da qualsiasi altra causa, e le applicazioni statistiche saranno fatte per i periodi prima e dopo tali cambiamenti, come si è già spiegato.

PIETRO CASTIGLIONI