

## APPENDICE

In questa appendice si tenta una misurazione delle relazioni intercorse in Italia tra sviluppo del reddito e sviluppo dei fattori produttivi, durante il periodo 1951-1963. In particolare si mira ad effettuare una scomposizione del tasso di crescita del reddito in tre quote: una attribuibile allo sviluppo dello stock di capitale, una attribuibile allo sviluppo dell'occupazione, ed una residua, attribuibile a tutti quegli altri fattori, tra cui il più importante è il progresso tecnologico, che, pur determinando un aumento del reddito, si suppongono non strettamente collegati allo sviluppo dei menzionati fattori produttivi.

Le relazioni intercorrenti tra reddito e fattori produttivi si suppongono descritte dalla seguente funzione di produzione:

$$[1] \quad Y_t = A K_t^\alpha L_t^\beta e^{\lambda t}$$

dove i simboli hanno il seguente significato:

$Y_t$  = Flusso di reddito al tempo « t ».

$K_t$  = Stock di capitale disponibile al tempo « t ».

$L_t$  = Quantità di lavoro impiegata al tempo « t ».

$e^{\lambda t}$  = Fattore moltiplicativo atto a prendere in considerazione gli spostamenti della funzione nel tempo (variazione nella produttività del lavoro e del capitale), dovuti ad applicazione del progresso tecnologico alla produzione, ad economie e diseconomie di scala ed esterne, a miglioramenti della qualità dei fattori, e a tutti quegli altri elementi che provocano una variazione nel reddito indipendentemente da una variazione della quantità dei fattori.

La costante «  $\lambda$  » rappresenta il tasso istantaneo di spostamento della funzione.

$A$  = Costante moltiplicativa, funzione delle dimensioni in cui sono espressi i vari argomenti che compaiono nella funzione di produzione.

$t$  = Indice del tempo.

Poichè di tutte le eventuali economie o diseconomie di scala si tiene conto mediante il fattore  $e^{\lambda t}$ , si può porre

$$\alpha + \beta = 1$$

si suppone cioè che la funzione [1] sia omogenea di primo grado nei due fattori  $K_t$  e  $L_t$ .

Da tale omogeneità segue, per il teorema di Eulero,

$$[2] \quad Y_t = \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} K_t + \frac{\partial Y_t}{\partial L_t} L_t$$

dove:

$$\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = \alpha A L_t^\beta e^{\lambda t} K_t^{\alpha-1} = \text{produttività marginale del capitale,}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = \beta A K_t e^{\lambda t} L_t^{\beta-1} = \text{produttività marginale del lavoro.}$$

Sostituendo nella [2] i valori delle derivate parziali, si ottiene:

$$[3] \quad Y_t = \alpha A L_t e^{\lambda t} K_t^{\alpha-1} K_t + \beta A K_t e^{\lambda t} L_t^{\beta-1} L_t = \alpha Y_t + \beta Y_t$$

Se la ripartizione del reddito prodotto avviene sulla base della produttività marginale dei fattori, si rileva dalla equazione [2] che il primo dei due termini del membro di destra fornisce il valore della remunerazione complessiva del capitale; il secondo, la remunerazione del lavoro. Dalla equazione [3] si rileva che i rapporti tra tali remunerazioni ed il prodotto complessivo sono rispettivamente pari ai coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$ .

È possibile pertanto stimare detti coefficienti sulla base dei dati forniti dalla contabilità nazionale, supponendo che valgano, almeno approssimativamente, le condizioni di concorrenza che permettono che ogni fattore sia remunerato sulla base della propria produttività marginale ( $\tau$ ).

Dalla funzione di produzione [1], prendendo i logaritmi naturali e derivando rispetto al tempo, si ottiene anche:

$$[4] \quad \frac{\dot{Y}_t}{Y_t} = \alpha \frac{\dot{K}_t}{K_t} + \beta \frac{\dot{L}_t}{L_t} + \lambda$$

dove  $\dot{Y}_t$ ,  $\dot{K}_t$  e  $\dot{L}_t$  sono le derivate di  $Y_t$ ,  $K_t$  e  $L_t$  rispetto al tempo (2).

(1) Per la più notevole applicazione di tale metodo si veda: E. F. DENISON, *The Sources of Economic Growth in the United States and the Alternatives Before us*, Committee for Economic Development, New York, 1962.

(2) L'equazione [4] permette di interpretare  $\alpha$  e  $\beta$  come elasticità del reddito rispetto al capitale e rispetto al lavoro. Se ne potrebbe dedurre che, ponendo, ad esempio,  $\alpha=0,25$ , un tasso di aumento dello stock di capitale del 4% comporterebbe un aumento del reddito uguale o di poco superiore all'1%. Questa conseguenza dipende, tuttavia, dall'aver supposto il tasso di spostamento della funzione  $\lambda$  del tutto indipendente dalle variazioni degli inputs di capitale e lavoro.

R. M. Solow, supponendo il tasso  $\lambda$  dipendente dagli investimenti, supponendo cioè il progresso tecnologico « incorporato » nel nuovo capitale, trova una elasticità del reddito rispetto

Dalla equazione [4] si deduce che il tasso istantaneo di aumento del reddito ( $\dot{Y}_t/Y_t$ ) è una media ponderata, in base ai coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$ , dei tassi istantanei d'aumento del capitale ( $\dot{K}_t/K_t$ ) e del lavoro ( $\dot{L}_t/L_t$ ) a cui si aggiunge il tasso di aumento autonomo  $\lambda$ , causato dal progresso tecnologico e dagli altri fattori sopra menzionati.

La stima di  $\lambda$  è possibile allorchè sono noti  $\alpha$  e  $\beta$ , nonchè i tassi di aumento del reddito, del capitale e dell'occupazione.

Ai fini pratici, conviene usare tassi annuali medi di aumento dei vari aggregati ed anche il residuo  $\lambda$  va interpretato, pertanto, come tasso annuale di aumento autonomo del reddito.

Il calcolo è stato riferito al periodo 1951-1963 poichè negli anni iniziale e finale di tale periodo si può ritenere che ci fosse piena occupazione dello stock di capitale esistente.

È pertanto lecito confondere il tasso di crescita effettivo del reddito, con il tasso di crescita del reddito producibile sulla base dello stock di capitale esistente (3).

Gli aggregati presi in considerazione sono:

a) per il reddito, il valore aggiunto al costo dei fattori, dedotti gli ammortamenti. Tale aggregato, calcolato sulla base dei prezzi 1954, si è sviluppato dal 1951 al 1963 ad un tasso medio annuo del 5,9%;

b) per il capitale, il totale dello stock di capitale produttivo sia pubblico che privato. Tale aggregato, calcolato a prezzi costanti del 1954, si è sviluppato, dall'inizio del 1951 (fine 1950) all'inizio del 1963 (fine 1962), ad un tasso medio annuo del 3,9%;

c) per l'occupazione, il totale dell'occupazione sia pubblica che privata, media rispettivamente degli anni 1951 e 1963. Tale aggregato si è sviluppato in detto periodo ad un tasso medio annuo dello 0,9%.

al capitale notevolmente superiore alla quota di reddito spettante al capitale stesso. Cfr. R. M. SOLOW, *Technical Progress, Capital Formation and Economic Growth*, in « American Economic Review », Papers and Proceedings, 1962.

Resta in ogni caso valida la conclusione più sotto riportata che in Italia, per il periodo in esame, circa i 2/3 del tasso di aumento del reddito sono attribuibili ad elementi diversi dallo sviluppo del capitale e dell'occupazione.

(3) La considerazione del reddito producibile o potenziale, in luogo del reddito effettivo, permette di eliminare problemi di misurazione relativi alla non piena utilizzazione della capacità produttiva esistente. Per il fattore capitale si conosce infatti solo lo stock totale esistente ed è pertanto necessario prendere in considerazione il reddito massimo producibile sulla base di tale stock. Anche per il fattore lavoro andrebbe misurata la quantità occupabile sulla base dello stock di capitale esistente; il riferire i calcoli ad anni in cui la eventuale disoccupazione è di natura solamente strutturale permette di eludere tale problema.

Una stima dei coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$  può ottenersi, come già detto, da un esame della distribuzione del reddito tra lavoro e capitale.

Non si hanno, purtroppo, per l'Italia, dati completi in materia. Si conosce solo la quota dei redditi da lavoro dipendente sul reddito nazionale al costo dei fattori; tale quota era del 50,0% nel 1951 e del 62,6% nel 1963. Onde ottenere una stima del coefficiente  $\alpha$ , a detta quota vanno aggiunte le quote di reddito spettanti ai lavoratori non dipendenti, ma a questo riguardo le statistiche ufficiali non forniscono alcun dato. Tuttavia, variazioni notevoli nella stima di  $\alpha$  (e quindi di  $\beta$ ) non comportano eccessive differenze nella stima del residuo  $\lambda$ . Si fanno allora due ipotesi sul valore di  $\alpha$  assumendo nel primo caso  $\alpha=0,70$  e nel secondo caso  $\alpha=0,75$  (4).

Si ottengono i seguenti risultati:

1<sup>a</sup> Ipotesi

$$\alpha = 0,70$$

$$\beta = 0,30$$

$$\lambda = 5,9 - 0,70 \times 0,9 - 0,30 \times 3,9 = 4,1\%$$

2<sup>a</sup> Ipotesi

$$\alpha = 0,75$$

$$\beta = 0,25$$

$$\lambda = 5,9 - 0,75 \times 0,9 - 0,25 \times 3,9 = 4,2\%$$

Il tasso annuo di sviluppo del reddito attribuibile ad aumento dello stock di capitale è, in base alla 1<sup>a</sup> ipotesi, dell'1,2% circa e, in base alla 2<sup>a</sup> ipotesi, dell'1,0% circa. Il tasso di accrescimento del reddito attribuibile ad aumento dell'occupazione è, in base alla 1<sup>a</sup> ipotesi, dello 0,6% circa e, in base alla 2<sup>a</sup> ipotesi, dello 0,7% circa.

I risultati pongono in evidenza valori estremamente elevati dei residui. Eventuali errori in eccesso nel valore di  $\lambda$  possono ricondursi ai seguenti motivi:

a) una sovrastima degli ammortamenti, che farebbe apparire un tasso di sviluppo dello stock di capitale più basso di quello effettivo;

b) errore per difetto nella stima del tasso di sviluppo dell'occupazione;

c) errore per eccesso nella stima del tasso di sviluppo del reddito massimo producibile;

d) errore per eccesso nella stima del coefficiente  $\alpha$ .

(4) Per gli Stati Uniti, per il periodo 1954-1958, il valore di  $\alpha$  è pari a 0,773. Cfr. E. F. DENISON, *The Sources of Economic Growth*, etc., op. cit.

Resta tuttavia l'impressione che anche in seguito ad eventuali correzioni, la percentuale di aumento del reddito non spiegata da aumenti dei fattori lavoro e capitale rimarrebbe notevole (5).

ANTONIO FAZIO

---

(5) I risultati esposti nella presente nota concordano sostanzialmente con quelli del Graziani (cfr. A. GRAZIANI, *Sviluppo del Mezzogiorno e Produttività delle Risorse*, Napoli, 1964), riferiti al periodo 1951-1962.

Il Graziani trova infatti, per il residuo  $\lambda$ , i seguenti valori:

4,4% nel caso che lo stock di capitale venga stimato cumulando gli investimenti netti;

3,8% nel caso che lo stock di capitale venga stimato sulla base degli ammortamenti.