

## La scelta fra obbligazioni a diverso saggio nominale e i suoi effetti sulla struttura dei saggi effettivi di rendimento (\*)

1. - Mentre la struttura temporale dei saggi di interesse — cioè la relazione tra saggi effettivi di rendimento e durata (residua) dei prestiti — ha suscitato nella letteratura economica numerose indagini teoriche ed empiriche (1), alla relazione tra saggi effettivi e saggi nominali non sono stati dedicati se non fugaci accenni (2). La teoria tradizionale non offre quindi alcun ausilio a chi voglia darsi ragione dell'ampio divario, manifestatosi nel mercato italiano durante il 1970, tra i saggi effettivi di rendimento di obbligazioni paragonabili sotto ogni altro aspetto (vita residua, emittente, garanzie, ampiezza di mercato, e così via) ma recanti diverso saggio nominale.

Più precisamente, dopo il drastico e generale ribasso dei corsi intervenuto nella seconda metà del 1969, è apparsa una chiara correlazione inversa tra i saggi effettivi di rendimento e i saggi nominali, come testimonia la tabella riportata nella pagina seguente (3).

Questo studio intende portare un primo contributo teorico all'analisi della relazione tra saggi effettivi e saggi nominali, proponendo alcuni modelli di comportamento dell'investitore che sem-

---

(\*) L'autore ringrazia i professori Francesco Cesarini, Giorgio La Malfa, Ermanno Monti, Mario Monti, Giorgio Rota e Pietro Terna, che hanno letto una precedente stesura di questo articolo, per le loro cortesi osservazioni critiche: dalle quali, naturalmente, non discende alcuna corresponsabilità.

(1) Per i riferimenti più importanti, cfr. la bibliografia annessa all'articolo di R. S. MASERA, *La struttura dei saggi di interesse secondo la scadenza: teorie e implicazioni di politica economica*, in «Bancaria», dicembre 1968, pp. 1532-1533.

(2) Soltanto in BANCA D'ITALIA, *Relazione del Governatore sull'esercizio 1969* (bozze di stampa), Roma, 1970, pp. 303-304, e *Relazione del Governatore sull'esercizio 1970* (bozze di stampa), Roma, 1971, pp. 271-273 (la seconda apparsa quando già la stesura non definitiva di questo articolo era stata completata), è dato di leggere una concisa analisi del fenomeno.

(3) Cfr. le tabelle contenute in BANCA D'ITALIA, *op. cit. e loc. cit.*

RENDIMENTO EFFETTIVO DELLE OBBLIGAZIONI  
DISTINTE PER TASSO NOMINALE  
(valori percentuali)

	Tasso nominale		
	5	6	7
Gennaio 1970 . . . . .	8,49	7,68	7,50
Luglio 1970 . . . . .	11,94	10,15	8,46
Dicembre 1970 . . . . .	9,56	9,35	8,26

brano fornire una soddisfacente spiegazione *a priori* del constatato fenomeno. I modelli aspirano a spiegare l'esistenza e il segno, ma non la misura, della correlazione studiata. Tuttavia le ipotesi qui suggerite possono essere ulteriormente elaborate in senso quantitativo, e sottoposte a verifica attraverso opportune ricerche empiriche.

2. - Le argomentazioni che seguono faranno riferimento a obbligazioni *ammortizzabili gradualmente mediante estrazione a sorte*. Ciò contrasta con la consuetudine invalsa nella letteratura sulla struttura temporale dei saggi, che considera prestiti rimborsabili in unica soluzione e a data fissa; anche i contributi dedicati alla curva dei rendimenti rilevabile nel mercato italiano hanno limitato l'esame ai buoni poliennali del Tesoro, che appunto rientrano in questa ultima categoria di prestiti (4).

Sembra a chi scrive che lo scostamento dalla consuetudine sia non soltanto giustificato, ma altresì doveroso, per chi voglia studiare il mercato obbligazionario italiano, dove la più parte delle emissioni è ammortizzabile per sorteggio. La clausola dell'estrazione a sorte costituisce pertanto la premessa essenziale dei modelli illustrati nei successivi nn. 4 e 5.

(4) La scelta è stata determinata dal fatto che i buoni poliennali del Tesoro costituiscono il gruppo più omogeneo di titoli a largo mercato, e accolgono un ampio ventaglio di scadenze (sia pure entro il limite superiore di 9 anni). Cfr. in tal senso G. LA MALPA e P. SAVONA, *Le relazioni tra saggi di rendimento su titoli di diversa scadenza in Italia dal 1958 al 1966*, in questa Rivista, marzo 1967, p. 102; R.S. MASERA, *Costruzione delle curve dei rendimenti sui buoni del tesoro poliennali in base al metodo di interpolazione dei minimi quadrati*, 1957-1967, in questa Rivista, giugno 1970, pp. 160-163.

L'analisi è condotta sul fondamento di queste ipotesi o definizioni:

a) le obbligazioni sono rimborsabili alla pari mediante un piano di ammortamento a rate annuali costanti per capitale e interessi;

b) per *scadenza* si intende il momento dell'estinzione finale del prestito, cioè la data dell'ultimo rimborso;

c) si prescinde dai costi di negoziazione dei titoli nonché dall'eventuale esistenza di clausole di rimborso anticipato o di ammortamento mediante acquisto diretto sul mercato;

d) poiché ci si propone di studiare non la struttura temporale dei saggi, bensì la correlazione fra saggi effettivi e saggi nominali, ci si occuperà dei criteri che guidano l'investitore nella *scelta fra titoli aventi diverso saggio nominale ma uguale scadenza*;

e) si assumerà che — come di fatto è avvenuto in Italia, per la quasi totalità delle obbligazioni, durante l'anno 1970 — i tassi effettivi siano superiori al tasso nominale di tutte le obbligazioni in circolazione, cioè che i *corsi di borsa* siano in ogni caso *inferiori alla pari*;

f) si supporrà infine che ogni investitore acquisti un solo certificato obbligazionario (nel n. 7 saranno tuttavia brevemente esaminate le conseguenze dell'abbandono delle due ultime ipotesi).

3. - Per tasso di rendimento « effettivo » o « con premio di rimborso » o « a scadenza » si intende il tasso al quale il valore attuale dei futuri pagamenti spettanti al portatore dell'obbligazione (tenuto conto delle probabilità di rimborso, secondo il piano d'ammortamento, alle diverse date) eguaglia il prezzo corrente. In altri termini, il tasso di rendimento « effettivo » calcolato all'istante  $t$  è il tasso  $i'$  che soddisfa all'equazione:

$$[1] \quad V_t = \sum_{k=1}^n N (1+i')^{-k} p_{t,k} + \sum_{k=1}^n N i' a_{\overline{k}|i'} p_{t,k}$$

dove  $V_t$  è il prezzo corrente;  $N$  il valore nominale dell'obbligazione;  $i'$  il saggio nominale di interesse;  $n$  il numero dei rimborsi che debbono ancora essere effettuati;  $p_{t,k}$  la probabilità di rimborso dopo  $k$  anni valutata all'istante  $t$ ;  $a_{\overline{k}|i'}$  il valore attuale al tasso  $i'$  di una rendita unitaria posticipata temporanea per  $k$  anni; e dove si sup-

pone che i rimborsi e i pagamenti delle cedole avvengano una volta l'anno, e che il calcolo sia compiuto nell'istante immediatamente successivo a un rimborso (ossia quando manca esattamente un anno al prossimo rimborso) (5).

Preme rilevare che, nonostante la sua denominazione, il rendimento effettivo — in regime di rimborsi mediante estrazione a sorte — è un valore determinato probabilisticamente *ex ante* (6). Il saggio di rendimento che l'impiego obbligazionario effettuato al corso  $V_t$  avrà di fatto fruttato all'investitore il quale detenga il titolo fino al rimborso sarà noto soltanto *ex post*, a estrazione avvenuta, e sarà rappresentato dal saggio  $i''$  che soddisfa all'equazione

$$[2] \quad V_t = N(1 + i'')^{-h} + N i a_{\overline{h}|i''}$$

dove  $h$  ( $1 \leq h \leq n$ ) è il numero, anche qui supposto intero, degli anni intercorsi tra l'acquisto dell'obbligazione e il suo rimborso (7).

Naturalmente, il calcolo del tasso *ex post*, attraverso la risoluzione della [2], può essere effettuato anche prima dell'estrazione. In tal caso,  $i''$  è un saggio meramente ipotetico, ed esistono  $n$  diversi valori di  $i''$  (tanti quante sono, a partire dall'istante  $t$ , le possibili date di rimborso). Questi tassi — nell'ipotesi  $V_t < N$ , sottintesa in tutte le considerazioni del presente studio — sono decrescenti, come è facile verificare, al crescere dell'intervallo fra l'istante  $t$  e il rimborso. Ciascun tasso si differenzia dagli altri non soltanto per il suo diverso valore, ma altresì perché si riferisce a un impiego di diversa durata: il rimborso mediante estrazione a sorte, infatti, rende incerto non

(5) E' naturalmente possibile, con ulteriori elaborazioni della formula, applicarla a qualsiasi momento intermedio tra un rimborso e il successivo (cfr. W. Croci, *Prontuario del reddito effettivo dei titoli obbligazionari*, Siena, 1970, pp. XXXIV-XXXV) ed estenderla al caso in cui il pagamento degli interessi avvenga a cadenza semestrale anziché annuale (cfr. T. Boggio - F. Giaccardi, *Compendio di matematica finanziaria*, Torino, 1952, p. 148).

(6) Il tasso di rendimento effettivo è un valore certo soltanto per il detentore di una serie intera di obbligazioni (e coincide inoltre — a prescindere dalle spese amministrative e fiscali, dalle provvigioni, ecc. — con il tasso di costo per l'emittente).

(7) Si osservi che, anche nel caso di rimborso a data certa, il saggio  $i''$  che soddisfa alla [2] è un saggio « interno » di rendimento. Esso non rappresenta il saggio medio annuo composto al quale l'investitore ha impiegato il suo capitale negli  $h$  anni intercorsi tra l'acquisto e il rimborso dell'obbligazione se non quando egli abbia reinvestito tutte le cedole al medesimo saggio  $i''$ : cfr. in proposito B.G. Malkiel, *The Term Structure of Interest Rates*, Princeton, 1966, p. 41; S. Ricossa, *Sui tassi di variazione e di rendimento di un capitale*, « Note econometriche », gennaio-marzo 1964. Per aggirare questa difficoltà, è frequente nella letteratura l'ipotesi « hicksiana » che non sia previsto il pagamento di cedole (cfr. J.R. Hicks, *Value and Capital*, Oxford, 1964, p. 145).

soltanto il rendimento *ex post* dei fondi impiegati, ma altresì la durata dell'impiego.

Per evitare equivoci, continueremo a riservare alla espressione « tasso effettivo di rendimento », il significato, che le è comunemente attribuito nelle pubblicazioni finanziarie italiane, di tasso che soddisfa alla [1]; e useremo invece indifferentemente le espressioni « tassi *ex post* » o « tassi corrispondenti alle diverse estrazioni » per indicare gli  $n$  tassi ottenuti risolvendo, per ogni possibile estrazione, le equazioni di tipo [2].

Tra il tasso effettivo e i tassi corrispondenti alle diverse estrazioni non intercorre una relazione matematica precisa; tuttavia, il primo è *approssimativamente* uguale alla media aritmetica dei secondi, ove a ciascuno d'essi sia attribuito un peso proporzionale al prodotto della rispettiva durata (ossia del tempo intercorrente tra l'acquisto e il rimborso) per la rispettiva probabilità di estrazione (8).

4. - I possessori di titoli, d'ora innanzi indicati come « investitori », possono appartenere a due tipi o categorie che è opportuno distinguere. In questo paragrafo si esamina il comportamento dell'investitore (che chiameremo di tipo  $\alpha$ ) il quale prevede di detenere il titolo obbligazionario sino alla sua estrazione per rimborso. Tale può essere l'atteggiamento di chi desidera impiegare i propri fondi per un lungo e indeterminato periodo di tempo: l'atteggiamento — per dirla con Joan Robinson — delle vedove e degli orfani, o delle compagnie di assicurazione e di altri analoghi intermediari finanziari (9).

La detenzione del titolo fino al rimborso pone l'investitore al riparo dagli effetti delle fluttuazioni dei corsi, ma non dai capricci della sorte, che — attraverso un'estrazione sollecita — possono rendere il suo impiego relativamente fortunato in termini di tasso *ex post* (e al tempo stesso relativamente breve), oppure, nel caso opposto di estrazione tarda, relativamente lungo e caratterizzato da un più modesto tasso *ex post*.

(8) Cfr. E. Levi, *Corso di matematica finanziaria e attuariale*, Milano, 1964, p. 407.

(9) E' possibile che un operatore di questo tipo preferisca — a parità di rendimento effettivo — titoli a scadenza certa, ma sia indotto a detenere titoli a scadenza aleatoria in vista del loro maggiore rendimento effettivo. Una ipotesi siffatta potrebbe fornire lo spunto per analizzare le differenze di rendimento intercorrenti tra i titoli della prima e quelli della seconda categoria; tale analisi esula però dagli obiettivi del presente studio.

A parità di saggio effettivo di rendimento e di scadenza, il divario tra il più alto e il più basso dei possibili tassi *ex post*, cioè tra quello corrispondente alla prima estrazione e quello corrispondente al rimborso finale del prestito, è tanto maggiore quanto minore è il saggio nominale del prestito. A titolo di esempio, sono stati calcolati, nella tav. 1, i tassi corrispondenti alle diverse estrazioni nel caso di titoli aventi vita residua di 15 anni interi, ammortizzabili a rate annuali costanti per capitale e interessi e aventi rendimenti effettivi del 10 per cento (10). Per titoli al 5 per cento nominale, i tassi *ex post* variano dal 42,68 all'8,18 per cento; l'intervallo è com-

TAVOLA I

TASSI «EX POST» CORRISPONDENTI A UN TASSO «EFFETTIVO» DEL 10%  
NEL CASO DI TITOLI AVENTI VITA RESIDUA DI 15 ANNI  
(valori percentuali)

Estrazione dopo anni	Tasso nominale		
	5	6	7
1 . . . . .	42,68	34,59	27,23
2 . . . . .	22,95	19,95	17,11
3 . . . . .	17,01	15,44	13,92
4 . . . . .	14,15	13,25	12,37
5 . . . . .	12,47	11,96	11,45
6 . . . . .	11,37	11,12	10,84
7 . . . . .	10,59	10,52	10,42
8 . . . . .	10,01	10,07	10,10
9 . . . . .	9,57	9,73	9,85
10 . . . . .	9,21	9,46	9,66
11 . . . . .	8,93	9,24	9,50
12 . . . . .	8,69	9,06	9,37
13 . . . . .	8,49	8,91	9,26
14 . . . . .	8,32	8,78	9,17
15 . . . . .	8,18	8,67	9,10

(10) Benché le formule ([1], [2] e più avanti [3] e [3']) implicino lo stacco delle cedole una volta l'anno, gli esempi numerici delle tavole 1 e 2 si riferiscono all'effettiva situazione italiana, e pertanto tengono conto del pagamento semestrale degli interessi.

I tassi sono stati ricavati per interpolazione lineare da un tabulato contenente, per i diversi saggi nominali e le diverse durate, i corsi corrispondenti a saggi *ex post* variabili di 0,125 in 0,125 per cento. Il tabulato è stato ottenuto presso il Centro di Calcolo dell'Università di Torino grazie a un programma cortesemente predisposto da Pietro Terna.

preso tra il 34,59 e l'8,67 per i titoli al 6 per cento e tra il 27,23 e il 9,10 per i titoli al 7 per cento.

A parità di scadenza e di rendimento effettivo, la scelta tra i titoli a minore o maggiore saggio nominale equivarrebbe dunque alla scelta tra una rosa più o meno ampia di possibili saggi *ex post*.

Appare ragionevole assumere che l'investitore avverso al rischio preferisca, a parità di rendimento effettivo, l'impiego i cui saggi *ex post* presentano una minore dispersione (si ricordi che il saggio effettivo è approssimativamente un valore medio dei saggi *ex post*, assunto come peso di ciascuno il prodotto della probabilità di estrazione per la durata a esso associata) (11). Se il mercato è prevalentemente formato da investitori che agiscono in questo modo, non è dunque possibile che — a parità di scadenza — i saggi effettivi siano uguali per tutti i saggi nominali: in tal caso, infatti, vi sarebbe eccesso di offerta per tutti i titoli a saggio nominale inferiore al più alto disponibile (titoli caratterizzati, come si è visto, da una maggiore dispersione dei saggi *ex post*) ed eccesso di domanda per i titoli recanti il saggio nominale più alto. Affinché si raggiunga l'equilibrio in tutti i comparti del mercato, è dunque necessario che — procedendo dai saggi nominali più bassi ai più alti — i prezzi delle obbligazioni crescano più di quanto sarebbe sufficiente per mantenere costanti i saggi effettivi; che cioè questi, a parità di scadenza, siano decrescenti al crescere del saggio nominale. Conseguenza che per l'appunto corrisponde al fenomeno del quale ci si è proposti di fornire un'interpretazione.

5. - Si consideri ora, in alternativa al precedente, l'investitore di tipo  $\beta$ , il quale non conta di detenere i titoli sino alla scadenza, e si pone invece un orizzonte temporale più limitato, per esempio annuale.

Chi acquista un titolo nell'istante  $t$  (immediatamente dopo un rimborso annuale) al prezzo  $V_t$ , con l'intenzione di incassarne il valore nominale se il titolo verrà estratto per rimborso un anno dopo,

(11) Non si può tuttavia affermare che questa ipotesi di comportamento, pur presentandosi come la più verosimile, sia da preferire con assoluta certezza alle possibili ipotesi alternative. Altri potrebbero suggerire, come criterio di scelta, la media aritmetica dei saggi *ex post* ponderata in base alle sole probabilità di estrazione; questo criterio presenta tuttavia, a parere di chi scrive, una minore attrattiva teorica, perché non tiene in alcun conto le differenti durate degli impieghi corrispondenti ai diversi saggi *ex post*.

e in caso contrario di venderlo, alla medesima data, al prezzo allora corrente, ne avrà tratto un saggio di rendimento  $i_a$  pari a

$$\frac{Ni + (N - V_t)}{V_t}$$

nel primo caso, che ha probabilità  $p_{b1}$  di verificarsi, e a

$$\frac{Ni + (V_{t+1} - V_t)}{V_t}$$

(dove  $V_{t+1}$  è il prezzo corrente alla fine dell'anno) nel secondo caso, che ha probabilità  $(1 - p_{b1})$ . Il valore medio atteso o speranza matematica del saggio di rendimento  $i_a$  è dunque

$$[3] \quad E(i_a) = \frac{Ni + (N - V_t)p_{b1} + (V_{t+1} - V_t)(1 - p_{b1})}{V_t}$$

ovvero

$$[3'] \quad E(i_a) = \frac{Ni + (V_{t+1} - V_t) + (N - V_{t+1})p_{b1}}{V_t}$$

Si supponga ora (g) che il saggio effettivo di rendimento  $i'$  corrente al tempo  $t$  sia uguale per tutte le obbligazioni di una data scadenza, indipendentemente dal loro saggio nominale (l'ipotesi, come già per gli investitori di tipo  $\alpha$ , è la premessa ad una dimostrazione per assurdo: si concluderà infatti che essa è incompatibile con l'equilibrio tra domanda e offerta); e (h) che gli investitori prevedano un movimento dei corsi tra  $t$  e  $t+1$  tale che anche in  $t+1$  le obbligazioni considerate continueranno a offrire il saggio effettivo  $i'$ . Restano inoltre ferme le ipotesi da (a) a (f), di cui al precedente par. 2.

Utilizzando l'ipotesi (h), si può dimostrare che  $E(i_a) = i'$  (12). In altri termini: se  $V_{t+1}$  corrisponde al medesimo saggio di rendimento effettivo corrente in  $t$ , la speranza matematica del saggio di rendimento nell'orizzonte annuale coincide con il saggio di rendimento effettivo. Come appare dalla [3'], essa può scindersi in tre compo-

(12) Questa e altre dimostrazioni vengono omesse per brevità. Esse sono contenute nella relazione dal titolo *On the correlation between yields and coupon rates of randomly redeemable bonds*, presentata dall'autore al Convegno sul tema «Mathematical Methods in Investments and Finance» tenutosi a Venezia nel settembre 1971. La relazione sarà pubblicata, a cura della società editrice North Holland, negli atti del Convegno.

menti, rispettivamente riconducibili alla cedola  $Ni$ , all'aumento del corso  $V_{t+1} - V_t$  (13) e al valore atteso del « premio di rimborso », ossia alla differenza tra il valore nominale e il corso finale  $(N - V_{t+1})$  moltiplicata per la probabilità di estrazione  $p_{b1}$ .

A titolo di esempio, la tavola 2 indica questi tre elementi per obbligazioni aventi un diverso saggio nominale (5, 6 e 7 per cento) e corsi tali da offrire un uguale rendimento effettivo (10 per cento); le cifre sono riferite al periodo intercorrente tra l'inizio del 15° e l'inizio del 14° anno anteriori alla scadenza del prestito. (Il totale dei tre addendi è in ogni caso, come deve essere, pari al 10 per cento del corso all'inizio del periodo) (14).

TAVOLA 2

ELEMENTI CHE COMPONGONO IL RENDIMENTO ANNUALE NELL'IPOTESI DI COSTANZA DEL SAGGIO DI RENDIMENTO EFFETTIVO (10 PER CENTO) (per L. 100 di valore nominale)

Tasso nominale	5%	6%	7%
Corso dell'obbligazione:			
(1) a 15 anni dalla scadenza del prestito . . . . .	73,931	79,108	84,450
(2) a 14 anni dalla scadenza del prestito . . . . .	75,046	80,014	85,132
(3) Probabilità di rimborso al 14° anno dalla scadenza . . . . .	4,634	4,296	3,980
Computo del rendimento annuale:			
(4) Cedola (con capitalizzazione al 10% annuo degli interessi del primo semestre) . . . . .	5,122	6,146	7,171
(5) Aumento del corso: (2)-(1) . . . . .	1,115	0,906	0,682
(6) Valore atteso del premio di rimborso: [100-(2)] × (3) . . . . .	1,156	0,859	0,592
(7) Totale (4)+(5)+(6) . . . . .	7,393	7,911	8,445

E' facile intuire *a priori*, e la tabella conferma, che la speranza matematica del premio di rimborso è decrescente al crescere del saggio nominale, mentre è crescente l'incidenza della cedola, e altresì della cedola sommata alla variazione del corso. Sotto le ipotesi (g)

(13) Poiché  $V_t < N$ , con l'avvicinarsi della scadenza del prestito aumenta il corso corrispondente a un uguale saggio effettivo, e pertanto  $V_{t+1} - V_t > 0$ .

(14) Per altri esempi numerici, cfr. W. CROCI, *Tavole di rendimento per titoli obbligazionari e ricerca, anno per anno, dei componenti il reddito « con rimborso »*, in « Bancaria », ottobre 1969; e, per una rappresentazione grafica, BANCA D'ITALIA, *Relazione del Governatore sull'esercizio 1970, cit.*, p. 272.

e (h), il saggio di rendimento nell'orizzonte annuale ha dunque un valore atteso uguale per tutti i saggi nominali, perché  $E(i_a) = i'$  che è uguale per la (g), ma presenta una componente aleatoria (il premio di rimborso) tanto maggiore quanto minore è il saggio nominale. In altri termini, la variabilità del saggio di rendimento (misurata dall'intervallo tra i due valori che esso può assumere oppure dalla varianza) è funzione inversa del saggio nominale (15).

L'ipotesi (h) è alquanto restrittiva: in linea di fatto, gli investitori possono prevedere una variazione positiva o negativa dei saggi effettivi, ovvero (ed è il caso più realistico) essere incerti sul futuro andamento dei corsi delle obbligazioni e perciò dei saggi effettivi. Per raggiungere risultati più generali, si può sostituire la (h) con la ipotesi seguente, meno restrittiva: (h') gli investitori prevedono che il saggio effettivo di rendimento al tempo  $t+1$ , sia esso uguale o diverso dal saggio  $i'$  vigente in  $t$ , continui a essere uguale per tutte le obbligazioni considerate, cioè aventi la stessa scadenza (16).

Anche dopo avere sostituito l'ipotesi (h') alla (h), si può dimostrare (17) che il valore atteso del saggio di rendimento nell'orizzonte annuale è praticamente uguale per tutti i saggi nominali (pur non coincidendo più con  $i'$ ), e che la sua variabilità è decrescente al crescere del saggio nominale.

Nelle ipotesi assunte non sussiste perciò alcun dubbio sul comportamento di un investitore avverso al rischio che compia le sue scelte avendo riguardo a un orizzonte annuale. A parità di saggio effettivo di rendimento, egli sceglierà sicuramente il titolo a saggio nominale più alto, caratterizzato da un rendimento atteso uguale e da una minore variabilità. Non è dunque possibile che i saggi effettivi siano uguali per tutti i saggi nominali: in tale eventualità si avrebbe infatti eccesso di domanda per i titoli al saggio nominale più alto ed eccesso di offerta per tutti gli altri. Per eliminare questi eccessi è necessaria una struttura dei saggi effettivi di rendimento decrescente al crescere del saggio nominale.

Anche analizzando i termini di una scelta che consideri soltanto un orizzonte annuale (tipo  $\beta$ ) si è quindi pervenuti, come già per il tipo  $\alpha$ , a una interpretazione del comportamento dell'investitore pie-

(15) Cfr. *On the correlation etc., cit.*, paragrafo 5.

(16) Per una discussione della generalità della (h'), cfr. *On the correlation etc., cit.*, nota (17).

(17) *Ibidem*, paragrafi 6 e 7.

namente aderente al fenomeno che si intende spiegare, cioè alla correlazione inversa tra saggi nominali e saggi effettivi riscontrata nel mercato finanziario italiano.

6. - Nei paragrafi precedenti non è stata dedicata alcuna attenzione all'aspetto fiscale del fenomeno studiato. E' però importante rilevare che, per l'investitore, le cedole rappresentano un reddito non colpito dall'imposta di ricchezza mobile, perché dichiarate esenti dal tributo oppure a esso assoggettate presso l'emittente. La differenza tra il valore nominale (se il titolo è trattenuto sino al rimborso) o il prezzo di vendita (se ceduto prima del rimborso), da un lato, e il prezzo d'acquisto, dall'altro, è invece soggetta all'imposta di ricchezza mobile se l'investitore è un'impresa comunque costituita, cioè, in particolare, se trattasi di un investitore istituzionale (banca o compagnia di assicurazione).

Il prelievo fiscale ha effetti non neutrali sui titoli a diverso saggio nominale. Per ambedue i tipi ( $\alpha$  e  $\beta$ ) di investitori, il prelievo opera in funzione diretta di  $(N - V_t)$ , ossia in funzione inversa del saggio nominale. Pur se non avverso al rischio, l'investitore istituzionale è pertanto indotto, dal sistema tributario italiano, a preferire — a parità di saggio effettivo di rendimento — i titoli a cedola più alta.

Anche per questa via si trova dunque una spiegazione *a priori* — separata e distinta dall'avversione al rischio, con la quale può evidentemente coesistere e sommarsi — del fatto che ai prezzi di equilibrio delle obbligazioni corrisponde una struttura dei saggi effettivi di rendimento decrescente al crescere dei saggi nominali.

7. - L'analisi che precede è soggetta ad alcune limitazioni che è doveroso ricordare. Una di esse, più volte sottolineata, consiste nell'assumere che, per tutti i saggi nominali considerati, sia  $V_t < N$ . Ove invece fosse in ogni caso  $V_t > N$ , le conclusioni dei nn. 4 e 5 (non però quelle del n. 6) risulterebbero capovolte: l'avversione al rischio indurrebbe l'investitore a preferire — a parità di rendimento effettivo — i titoli a cedola più bassa, e pertanto l'equilibrio del mercato sarebbe raggiunto (a prescindere dagli effetti del prelievo fiscale) soltanto in presenza di una struttura dei saggi effettivi direttamente, e non più inversamente, correlata con i saggi nominali.

Questo rilievo è di grande importanza dal punto di vista generale, ma è trascurabile ove ci si proponga unicamente di spiegare le

vicende del mercato finanziario italiano nel 1969-70, epoca in cui l'ipotesi  $V_i > N$  è stata generalmente soddisfatta.

Una seconda limitazione dell'analisi sta in ciò che si è considerato, con riferimento a ciascun saggio nominale, il possesso di un unico certificato obbligazionario. La ripartizione della somma investita in più certificati della stessa emissione genera un ventaglio assai più fitto di saggi *ex post* per l'investitore di tipo  $\alpha$ , e di possibili valori del saggio di rendimento  $i_a$  per l'investitore di tipo  $\beta$  (18). In ambedue i casi, tuttavia, gli estremi superiore e inferiore di quei ventagli rimangono immutati. Secondo che la variabilità sia misurata dall'intervallo fra i valori estremi oppure da un altro indice, l'acquisto di più certificati può lasciare inalterata o ridurre, ma non sembra possa eliminare del tutto, la differenza fra la dispersione corrispondente ai diversi saggi nominali; e quindi — al più — può attenuare, ma non cancellare, la preferenza per le cedole alte di un risparmiatore avverso al rischio.

8. - L'analisi condotta in questo articolo apre soltanto un primo spiraglio sugli approfondimenti teorici e sulle ricerche empiriche a cui offre lo spunto un mercato obbligazionario caratterizzato, come quello italiano, da prestiti recanti diversi saggi nominali di interesse ed in prevalenza estinguibili mediante estrazione a sorte.

Tra gli approfondimenti teorici, si imporrebbe in primo luogo una formulazione generalizzata della teoria della struttura dei saggi di interesse, che comprendesse sia l'impostazione tradizionale (nella quale si studia la relazione tra i saggi effettivi e la vita residua dei prestiti, supposta certa, per lo più ignorando l'influenza dei saggi nominali) sia gli aspetti esaminati in questo articolo (dedicato alla relazione tra i saggi effettivi e i saggi nominali di prestiti di uguale scadenza rimborsabili gradualmente mediante estrazione a sorte) (19).

(18) Ciò è vero soprattutto se la probabilità di estrazione di ciascun certificato è indipendente da quella degli altri, cioè, quando le estrazioni avvengono per gruppi (ad esempio per decine di numeri consecutivi), se i certificati sono scelti in modo da evitare che due o più di essi ricadano nel medesimo gruppo.

Non si prende in considerazione la possibilità che l'investitore acquisti un'intera serie di certificati, nel qual caso la cadenza dei rimborsi diviene certa.

(19) A questo proposito, si osservi tra l'altro che, quando si riconosca l'incertezza gravante sulla data di rimborso, alcune delle spiegazioni tradizionali della struttura temporale dei saggi (quali le teorie della «segmentazione» o dell'«habitat preferito»), che presuppongono il rimborso a data fissa, debbono subire un processo di profonda revisione.

Sul piano empirico, si potrebbero sottoporre a verifica ipotesi intese a spiegare la misura (e non soltanto, come è stato fatto in queste pagine, l'esistenza) degli scarti rilevati tra i rendimenti effettivi dei titoli a diverso saggio nominale (20).

Anche sul piano normativo, infine, l'analisi che precede conduce a conclusioni degne di rilievo.

In primo luogo, appare evidente che, dopo un periodo di ribasso dei corsi, le nuove emissioni possono essere collocate a costi minori se emesse alla pari ad un tasso nominale più elevato anziché al disotto della pari al tasso nominale prevalente in passato (21), perché, nel primo caso, esse trovano assorbimento a un tasso effettivo (cioè appunto a un tasso di costo per l'emittente) inferiore.

In secondo luogo, è lecito domandarsi se non sarebbe interesse comune dei mutuanti e dei mutuatari ridurre gli elementi di incertezza che caratterizzano i prestiti rimborsabili mediante estrazione a sorte; se, in altre parole, non sia giunto il momento di studiare formule e strutture diverse da quelle tradizionali del mercato finanziario italiano, in modo da configurare una minore incertezza per il detentore senza corrispondente aumento dell'incertezza per l'emittente, o con un aumento che questi giudichi più che compensato dal minore costo del finanziamento. Al quesito ha recentemente risposto, in maniera persuasivamente affermativa, F. Cesarini (22); ed è noto il successo incontrato negli ultimi tempi da emissioni che si sono sensibilmente scostate dagli schemi tradizionali (23).

ONORATO CASTELLINO

(20) Per alcune ipotesi di questo tipo, cfr. *On the correlation etc., cit.*, paragrafo 10.

(21) Se ciò non sempre avviene, gli è che gli emittenti e/o le autorità monetarie alle quali compete il rilascio delle prescritte autorizzazioni sono riluttanti all'aumento dei saggi nominali, che provoca arbitraggi tra vecchie e nuove emissioni e quindi l'ulteriore ribasso delle vecchie; ciò a sua volta genera nuova incertezza e rischia di riverberarsi sull'assorbimento delle emissioni presenti e future. Si tratta però di un problema di transizione da una struttura di saggi effettivi più bassa a una più elevata: se la seconda si ritiene temporanea, può convenire agli emittenti tradizionali — Stato, enti pubblici, istituti speciali — accettare su qualche emissione tassi effettivi più alti piuttosto che «disturbare» il mercato con tassi nominali più alti; se, invece, la seconda si ritiene durevole, la rinuncia all'aumento dei tassi nominali non trova giustificazione.

(22) Cfr. *Il mercato mobiliare italiano*, Milano, 1969, pp. 135-154.

(23) Deve essere in particolare ricordata l'emissione IMI XXXI, avente durata inferiore e piano d'ammortamento notevolmente diverso rispetto alla precedente prassi dell'IMI.