

Tassi nominali e tassi effettivi di rendimento sulle obbligazioni

Un articolo di O. Castellino, apparso nel numero 96 di questa rivista (1), esamina il problema delle relazioni fra tassi nominali e tassi effettivi di rendimento delle obbligazioni. La questione, sollevata originariamente nelle Relazioni della Banca d'Italia per il 1969 e per il 1970, riguarda l'interpretazione delle cause del minore tasso effettivo di rendimento fatto registrare dai titoli obbligazionari con più elevato tasso di rendimento nominale rispetto ai titoli obbligazionari con più basso tasso di rendimento nominale.

Nell'articolo, il prof. Castellino sostiene che il fenomeno deve essere attribuito in parte al diverso trattamento, dal punto di vista fiscale, delle cedole e dei guadagni in conto capitale, in parte al maggiore rischio che, nel caso di prestiti ammortizzabili per estrazione, caratterizzerebbe gli investimenti in titoli con cedole più basse rispetto ai titoli con cedole più elevate.

Per illustrare questa relazione fra rendimenti nominali e rischiosità degli investimenti in titoli, l'autore fa uso di due modelli nel primo dei quali si considera il caso di un investimento in titoli con diverse cedole sul nominale da parte di un investitore il quale preveda di conservare il titolo fino al momento del rimborso, che può aver luogo alla scadenza finale del prestito oppure prima di questa data qualora il titolo venga estratto. Nel secondo modello, invece, si esamina il caso di un investitore il quale preveda di cedere il titolo entro un periodo di tempo più limitato vendendolo sul mercato qualora entro questa data prestabilita il titolo non sia stato estratto.

Il problema è molto interessante, anche perché, come nota il Castellino, gli studi italiani sui tassi effettivi di rendimento delle obbligazioni hanno finora dedicato scarsa attenzione ai prestiti ammortizzabili per estrazione concentrando l'analisi sul caso di prestiti rimborsabili in unica soluzione e a data fissa. E' quindi positivo cominciare ad esaminare le implicazioni, per

(1) O. CASTELLINO, *La scelta fra obbligazioni a diverso saggio nominale e i suoi effetti sulla struttura dei saggi effettivi di rendimento*, in questa Rivista, n. 96, 1971, pp. 435-447.

la determinazione dei rendimenti effettivi, dell'esistenza di obbligazioni rimborsabili per estrazione. Ciò detto, tuttavia, si deve rilevare che la spiegazione che l'autore offre del maggior rendimento delle obbligazioni con cedole più basse non è del tutto soddisfacente. A differenza di quanto si sostiene nell'articolo, infatti, non è sufficiente supporre genericamente un'avversione al rischio da parte degli investitori per dedurre, nel caso esaminato, una loro preferenza per i titoli con più elevata cedola sul nominale.

Si consideri il primo dei due modelli esaminati nell'articolo del prof. Castellino. In esso, l'autore pone a confronto tre titoli obbligazionari che, per ipotesi, abbiano eguale data di scadenza, eguale tasso effettivo di rendimento (10%) e diverso saggio nominale di rendimento (5% in un caso, 6% nel secondo e 7% nel terzo) (cfr. pp. 440-1) e il cui piano di ammortamento preveda il rimborso, mediante sorteggio, del prestito in 15 rate di eguale importo. Poiché il tasso effettivo è superiore al tasso nominale, ciò significa che in tutti e tre i casi vi è un premio di rimborso pari alla differenza fra valore nominale e prezzo di emissione; di conseguenza, i titoli estratti poco tempo dopo l'emissione godono di un rendimento effettivo più elevato dei titoli estratti successivamente in quanto il premio di rimborso viene riferito a un investimento di minore durata temporale.

Nella Tavola 1 dell'articolo del prof. Castellino che si riproduce in nota per convenienza di riferimento (2), vengono indicati i tassi di rendimento

(2)

TAVOLA I

TASSI «EX POST» CORRISPONDENTI A UN TASSO «EFFETTIVO» DEL 10%
NEL CASO DI TITOLI AVENTI VITA RESIDUA DI 15 ANNI

Estrazione dopo anni	Tasso nominale		
	5	6	7
1	42,68	34,59	27,23
2	22,95	19,95	17,11
3	17,01	15,44	13,92
4	14,15	13,25	12,37
5	12,47	11,96	11,45
6	11,37	11,12	10,84
7	10,59	10,52	10,42
8	10,01	10,07	10,10
9	9,57	9,73	9,85
10	9,21	9,46	9,66
11	8,93	9,24	9,50
12	8,69	9,06	9,37
13	8,49	8,91	9,26
14	8,32	8,78	9,17
15	8,18	8,67	9,10

Cfr. O. CASTELLINO, *art. citato*, p. 440.

ex-post calcolati in base all'effettiva data di estrazione dei titoli per ciascuna delle tre obbligazioni.

Nota il Castellino che « per titoli al 5% nominale, i tassi ex-post variano dal 42,68 all'8,18%; l'intervallo è compreso tra il 34,59 e l'8,67 per i titoli al 6% e tra il 27,23 e il 9,10 per i titoli al 7% » (ibidem). Da questo l'autore trae la conclusione che « a parità di scadenza e di rendimento effettivo, la scelta fra i titoli a maggiore o minore saggio nominale equivarrebbe dunque alla scelta fra una rosa più o meno ampia di possibili saggi ex-post ». Supponendo quindi che gli investitori siano, nella loro maggioranza, avversi al rischio, cioè che, a parità di rendimento, preferiscano gli investimenti con minore varianza, i saggi effettivi non potranno essere eguali: aumenterà il tasso effettivo sui titoli a tasso nominale più basso, che hanno varianza più elevata, rispetto a quello sui titoli a tasso nominale più elevato.

Questo meccanismo contribuirebbe, secondo l'autore, a spiegare il fenomeno osservato sul mercato obbligazionario italiano e riferito nelle Relazioni della Banca d'Italia. Vi sono tuttavia alcune considerazioni che fanno dubitare che questa conclusione segua dal modello proposto.

La prima è questa: è corretto affermare che i tre titoli abbiano per l'investitore lo stesso tasso di rendimento e che quindi differiscano soltanto per la varianza dei tassi ex-post? La risposta sembra dover essere negativa: è vero infatti che i tre titoli hanno uguale tasso di rendimento effettivo alla scadenza, ma è dubbio che il tasso alla scadenza sia rilevante, nel caso di prestiti ammortizzabili per estrazione, per la generalità degli investitori. Il tasso alla scadenza è rilevante per chi emette il prestito, il quale sa che dovrà corrispondere sul capitale mutuato un tasso medio effettivo del 10% o per quell'investitore che avesse acquistato tutti i titoli o un gruppo di titoli un quindicesimo dei quali fosse estratto il primo anno, un quindicesimo il secondo anno e così via fino all'ultimo quindicesimo estratto alla scadenza finale del prestito. Qualunque altro investitore, e in particolare un investitore che abbia acquistato titoli appartenenti ad una sola serie di ammontare inferiore, nell'ipotesi della Tavola 1, a un quindicesimo del prestito, sa che non guadagnerà dall'investimento il tasso del 10%, bensì il tasso indicato nella Tavola 1 in corrispondenza con l'anno di estrazione. E poiché l'investitore non conosce la data di rimborso che è aleatoria, egli dovrà calcolare un rendimento medio atteso dell'obbligazione. Questo rendimento medio atteso sarà dato dalla media dei rendimenti ex-post indicati nella Tavola 1 dell'articolo del prof. Castellino ponderati con la probabilità di estrazione. Poiché la probabilità di estrazione è sempre pari a 1/15, il tasso di rendimento atteso per l'investitore è dato dalla media aritmetica dei tassi ex-post calcolati per ciascun titolo e ciascuna scadenza (3).

(3) Naturalmente se l'investitore ha più di un titolo o più serie di titoli, la probabilità che almeno uno di essi venga estratto nel primo anno, nel secondo e così via, è diversa dalla

Effettuando questo calcolo sulla base della Tavola del prof. Castellino, si ricava che il tasso medio atteso per i tre titoli è il seguente:

TASSI DI RENDIMENTO MEDIO ATTESO
(valori percentuali)

	Tasso nominale		
	5	6	7
$\frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} r_i \dots \dots$	13,51	12,72	11,96

r_i = tasso ex-post, come dalla Tavola riportata nella nota (2) a pag. 225

Quindi, a parità di rendimento effettivo alla scadenza, il titolo che gode di un rendimento nominale più basso offre la migliore prospettiva di guadagno per l'investitore e tenderà quindi, a parità di altre condizioni, a essere preferito agli altri titoli. E' esatto d'altra parte, come nota il prof. Castellino, che il titolo con cedola più bassa ha una varianza di tassi ex-post maggiore del titolo con cedola più elevata; tuttavia non è vero in generale che, per compensare la maggior varianza, i rendimenti effettivi dei tassi con cedola più bassa dovranno essere più elevati dei rendimenti effettivi dei titoli con cedole più elevate. Infatti, non essendo eguale il tasso di rendimento atteso, la maggiore varianza tende ad essere in parte o in tutto compensata dallo scarto fra rendimenti attesi. Può avvenire quindi che taluni investitori preferiscano i titoli con una cedola ed altri quelli con l'altra cedola e non è detto che ciò determini un eccesso di domanda sul mercato nel senso indicato dall'autore.

L'aspetto su cui vale la pena di richiamare l'attenzione è che, nel caso di prestiti rimborsabili per estrazione, a parità di costo per l'emittente, il rendimento atteso per l'investitore e la varianza dei possibili risultati dell'investimento sono ambedue funzione del tasso nominale di rendimento. Questo apre un campo interessante di analisi perché indica la possibilità per l'emittente di variare, a parità di costo del capitale mutuato, le caratteristiche che le obbligazioni hanno dal punto di vista dell'investitore. Da ciò non si può tuttavia concludere che gli investitori avversi al rischio necessariamente preferiranno i titoli con cedola più elevata.

probabilità di estrazione cui si fa riferimento nel testo. Ciò significa che nella realtà il rendimento medio atteso dipende non solo dai tassi ex-post indicati nella Tavola del prof. Castellino, ma anche dalla dimensione del portafoglio.

Ma vi è di più. Ci si può domandare infatti se, nel caso esaminato dal prof. Castellino, la varianza sia una buona misura del rischio associato con la scelta di una delle obbligazioni e se quindi, a parità di rendimento atteso, il titolo con maggiore varianza tenderebbe ad essere scartato dagli investitori. Qui la risposta è dubbia. Se i possibili risultati dell'investimento si distribuissero in maniera simmetrica o approssimativamente simmetrica intorno alla media, in questo caso la varianza potrebbe essere utilizzata come una buona misura del rischio. Nel caso illustrato dalla Tavola i risultati non sono distribuiti simmetricamente (4). Vi sono in tutti e tre gli esempi 4 probabilità su 15 di un risultato migliore della media e 11 probabilità su 15 di un risultato peggiore. Nella Tavola che segue si è calcolato per ciascuno dei tre titoli, in base ai dati della Tavola, il rendimento medio ex-post dei titoli nell'ipotesi che essi vengano estratti nei primi 4 anni o nei successivi 11 anni. I risultati sono i seguenti:

TASSO MEDIO DI RENDIMENTO, PER IL PRIMO QUODRIENNIO E PER IL PERIODO RESIDUO, DEI TITOLI PORTANTI CEDOLE DIVERSE
(valori percentuali)

	Tasso nominale		
	5	6	7
$\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 r_i \dots$	24,2	20,8	17,7
$\frac{1}{11} \sum_{i=5}^{15} r_i \dots$	9,62	9,78	9,89

r_i = tasso ex-post, come dalla Tavola riportata nella nota (2) a pag. 225.

Questo confronto suggerisce l'osservazione che un risultato sfavorevole, cioè l'estrazione di un titolo a partire dal 5° anno dall'emissione, offrirà un rendimento marginalmente minore per i titoli con cedole basse. Infatti, tra il titolo con cedola 5%, quello con cedola 6% e quello con cedola 7% il rendimento medio passa dal 9,62% al 9,78% al 9,89% con un aumento percentuale del secondo sul primo dell'1,7% e del terzo sul secondo dell'1,1%. D'altra

(4) Per tener conto formalmente di questo problema, sarebbe necessario usare una misura della dispersione dei dati che, a differenza della varianza, tenesse conto del segno degli scarti dalla media. A questo fine si può fare uso della Kurtosis, cioè del momento terzo attorno alla media dei dati.

parte, nel caso che il titolo venga estratto nei primi 4 anni, il rendimento del titolo 5% sarà di oltre il 16% superiore al rendimento del titolo 6%, mentre quest'ultimo godrà di un rendimento del 17,5% superiore al rendimento del titolo 7%. Vi è da chiedersi quale funzione di utilità renda preferibile un investimento il cui valore atteso è più basso e in cui se l'estrazione avviene verso la fine del periodo si ha un guadagno di rendimento dell'1% circa rispetto a un titolo con cedola più bassa mentre se il titolo è estratto entro il 5° anno dall'emissione, il rendimento è del 16-17% più basso di quello che l'investitore godrebbe acquistando il secondo titolo. Non è detto che tale funzione di utilità non esista e non determini per certi gruppi di investitori una preferenza per i titoli con cedole più elevate; ma vi è da dubitare che queste considerazioni possano pesare sulla generalità degli investitori e determinare il fenomeno sottolineato nelle Relazioni della Banca d'Italia.

La conclusione di questa nota è che non è possibile giustificare in base al primo dei modelli analizzati dal prof. Castellino il più elevato rendimento effettivo dei titoli con cedole nominali più basse. Evidentemente l'avversione al rischio contribuisce a questo andamento, ma non nel modo indicato nell'articolo che si sta discutendo. E' invece interessante, e merita un approfondimento ulteriore, il campo di indagine che riguarda le obbligazioni ammortizzabili per estrazione.

GIORGIO LA MALFA

REPLICA

1. - Debbo prima di tutto osservare che nei rilievi critici dell'amico prof. Giorgio La Malfa è contenuta un'erronea affermazione di fatto. Poiché il mio articolo tratta (cfr. la lettera *a* del par. 2) di obbligazioni rimborsabili alla pari attraverso un piano di ammortamento a rate costanti per capitale e interessi, le quote di rimborso del capitale, e pertanto le probabilità di rimborso, non sono costanti ma crescono nel tempo a un saggio pari al saggio nominale del prestito. Nell'esempio numerico addotto nella mia Tavola ed elaborato dal prof. La Malfa, quindi, le probabilità non sono sempre pari a 1/15, com'egli afferma, ma variano da 4,63% per il primo anno a 9,18% per il quindicesimo nel caso del prestito al 5% nominale, da 4,30% a 9,71% per il prestito al 6% e da 3,98% a 10,26% per il prestito al 7%. Ciò ovviamente influisce sul calcolo del tasso di rendimento medio atteso, quale effettuato da La Malfa, e, attribuendo un peso maggiore ai rendimenti corrispondenti alle estrazioni più lontane, non soltanto riduce il valore dei tre tassi attesi, ma inoltre (poiché le scadenze più lontane hanno tassi *ex post* più